

**DOI 10.33099/2786-7714-2026-1-10-185-194**

**УДК 004.942:629.7**

**Сафонов Ігор Євгенович** (доктор філософії)

<https://orcid.org/0000-0001-5717-2813>

**Коровін Іван Павлович** (кандидат технічних наук, доцент)

<https://orcid.org/0000-0003-4645-9688>

*Національний університет оборони України, м. Київ, Україна*

*Рукопис надійшов до редакції: 30.12.2025; Рукопис прийнято до друку після рецензування: 20.05.2026; Дата публікації: 17.06.2026*

## **МОДЕЛЮВАННЯ ПОВЕДІНКИ ФУНКЦІЇ ІНТЕНСИВНОСТІ ВІДМОВ АГРЕГАТИВ АВІАЦІЙНОЇ ТЕХНІКИ МЕХАНІЧНОГО ТИПУ З ВИКОРИСТАННЯМ ДИФУЗІЙНО-МОНОТОННОГО ЗАКОНУ РОЗПОДІЛУ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН**

*Випадковий характер появи відмов у системах авіаційної техніки та неможливість прогнозування деяких аварійних ситуацій призводять до втрати чималого часу для виявлення причин їх появи. Останнім часом, для прогнозування технічного стану авіаційної техніки, дослідниками успішно застосовуються ймовірнісно-фізичні моделі надійності, які враховують фізичні процеси деградації.*

*У статті представлено імітаційну модель на основі дифузійно-монотонного закону розподілу відмов, який вважається перспективним в наукових дослідженнях деградаційних процесів, що відбуваються в системах і агрегатах старіючої авіаційної техніки. Параметри представленого розподілу можуть визначатися на основі статистичних характеристик відмов або на основі аналізу фізичного процесу відмов, що дає певну перевагу перед ймовірнісними моделями. Аналіз поведінки функції інтенсивності відмов дає можливість прогнозування технічного стану агрегатів механічного типу, в яких відбуваються зміни фізичних параметрів монотонного характеру.*

*Для адекватного відображення поведінки функції інтенсивності відмов агрегатів механічного типу запропоновано імітаційне моделювання за допомогою програмного забезпечення Simulink. Результати моделювання представлені у вигляді графіків.*

**Ключові слова:** *функція розподілу, модель відмов, прогнозування технічного стану, моделювання, авіаційна техніка, надійність.*

### **Вступ**

Контроль показників надійності авіаційної техніки (АТ) в сучасних умовах технічної експлуатації необхідний для виявлення моментів виникнення деградаційних процесів, зумовлених дією різноманітних факторів, проте існуючі методики мають великі похибки і не дозволяють коректно проводити розрахунки показників надійності АТ, яка експлуатується понад призначений термін служби [1, 2].

Основні труднощі розробки моделей прогнозування і управління показниками надійності АТ пов'язані з тим, що вихідна інформація про закономірності зміни її параметрів мала, а методики оцінювання показників надійності за статистичними даними про відмови АТ вимагають значної кількості статистичних даних про відмови [3]. Проте, як зазначено в [4], дані реальної експлуатації АТ зазвичай є неповними або недостатньо точними, що пов'язано з організаційними труднощами збирання та оброблення відомостей, трудомісткістю досліджень, недостатньою чутливістю та точністю апаратури, яка викликає хибні відмови, не завжди високою кваліфікацією виконавців. При таких умовах дослідникам

доводиться робити оцінювання і прогнозування показників надійності АТ з використанням існуючого науково-методичного апарату (математична статистика, теорія випадкових функцій та ймовірнісні концепції) [5]. Нажаль це не надає можливості отримати адекватні результати [2, 6].

За результатами проведеного аналізу можна стверджувати, що:

існуючі методики оцінювання показників надійності не відповідають сучасним вимогам, оскільки в існуючій технології дослідження дуже відрізняються прогнозовані оцінки та реальні значення показників надійності;

необхідно змінювати існуючу систему обліку, збирання й аналізу відмов тому, що система недосконала, а статистика неправдоподібна;

застосування існуючого науково-методичного апарату через отримання грубих і завищених прогнозів показників надійності робить проблематичним впровадження сучасних цифрових технологій.

Все це обумовлює необхідність проведення критичного аналізу відомих моделей відмов [1].

Для розв'язання задач оцінювання показників надійності й прогнозування технічного стану АТ потрібно створити математичну модель, яку можна

описати аналітичними виразами одного з показників  $P(t)$ ,  $f(t)$  або  $\lambda(t)$  [7]. У подальшому, шляхом проведення імітаційного моделювання цього показника за допомогою прикладних програм, можна отримати модель прогнозування технічного стану агрегатів АТ [5].

У зв'язку з цим сформульована основна науково-технічна задача – створення моделі прогнозування інтенсивності відмов агрегатів АТ механічного типу на основі дифузійно-монотонного (DM) розподілу випадкових величин [1].

**Метою дослідження** є створення імітаційної моделі інтенсивності відмов для об'єктів механічного типу, яким притаманні процеси механічного зношування, корозії, втоми, старіння.

### Матеріали та методи

У роботі запропоновано загальний підхід до вирішення завдань надійності з використанням інтерактивного інструменту Simulink. За результатами аналізу основних формул теорії надійності запропоновано новий підхід щодо представлення законів розподілу випадкових величин у вигляді блоків для Simulink [8, 9].

Вибір методу дослідження ґрунтується на підставі властивостей моделі. Дослідження поведінки функції інтенсивності відмов проведено теоретичним та емпіричним методами [10]. Імітаційну модель створено на основі досвіду розроблення і використання моделей аналогів. За результатами проведення імітаційного моделювання отримана інформація оброблена чисельним методом [10, 11]. Аналітичні вирази перетворено у кількісні характеристики функцій, які визначають значення основних параметрів для прогнозування технічного стану агрегатів авіаційної техніки механічного типу [12]. У статті представлено графіки залежностей інтенсивності відмов від параметрів масштабу і параметрів форми.

Аналіз літературних джерел. Проведений аналіз публікацій та нормативно-технічних матеріалів щодо методів оцінювання ризику появи відмов складних технічних систем показав, що більшість з них розглядають лише окремі послідовності подій. Більшість методів оцінювання засновані на тому, що всі елементи системи працюють у штатних режимах [5].

Строго ймовірнісні концепції надійності були визнані недостатніми на початку розвитку надійності як науки. Так, академік Гніденко Б.В. відзначав, що підвищенню можливостей теорії та практики надійності сприяє включення до неї фізичних уявлень про сам процес зношення. Інші дослідники, такі як Соткова Б.С., [6, 7] визнали, що поєднання ймовірнісних методів із фізичною сутністю процесів у виробках, є найбільш правильним напрямом подальшого розвитку теорії надійності, а вивчення питань надійності виробів необхідно розпочинати з їх механіко-фізико-хімічних властивостей.

У статті [1] зазначено, що застосування відомих параметричних та ймовірнісних методів

оцінювання безвідмовності не дає змоги отримати адекватні результати.

Питання неадекватності експоненціальної моделі дійсних процесів зміни надійності агрегатів поставлені у роботі [13]. Використовуючи експоненціальний розподіл, дослідники приймають припущення про незмінність інтенсивності відмов, а використання дифузійних розподілів показує, що реальне значення інтенсивності відмов за прийнятні проміжки часу збільшується.

Розроблення математичної моделі для розрахунку показників залишкового ресурсу невідновлюваних функціональних пристроїв радіоелектронної системи літака висвітлено у роботі [14].

У дослідженні [2] запропоновано порядок визначення гранично допустимих індикативних рівнів показників безвідмовності вертольотів на основі інформації про технічний стан в процесі їхньої технічної експлуатації. Також запропоновано комплексний підхід аналізу надійності на основі існуючих стандартів.

У роботі [15] розглянуто практичний аспект розв'язання проблеми розроблення ефективного методу розрахунку показників надійності відновлюваних технічних об'єктів.

У роботі [6] доведено, що похибки теоретичної моделі можуть мати великі значення і змарнувати результати оптимізаційних задач.

Зворотній розподіл Гаусса вперше був представлений Королівському статистичному товариству та описаний в оглядовій статті Фолкса та Чхікари (1978), що наголошувало на передових дослідженнях на цю тему, стимулювало використання цього розподілу в багатьох напрямках прикладних досліджень та рекомендувалося для моделювання та аналізу асиметричних даних [16].

Властивості DM розподілу викладені у роботах [7, 11], де також обґрунтована фізична сутність математичної моделі технічного обслуговування виробів за технічним станом.

Рекомендації щодо застосовувати DM-розподілу для механічних виробів визначені Державними стандартами України [3, 17]. У стандарті [17] розглянуто усі основні процеси деградації та наведено узагальнені характеристики законів розподілів випадкових величин. Стандарт [3] дозволяє прогнозувати показники надійності об'єктів в умовах малої або навіть відсутності статистики відмов за рахунок використання апріорної інформації про фізичні процеси деградації об'єктів.

У напрямку імітаційного моделювання добре відомі праці Шеннона Р., Шрайбера Д., Клейнена Д., Прицкера А. Також слід відзначити монографії, які широко використовуються в навчальному процесі багатьох університетів: А.М. Law, W.D. Kelton – Simulation Modeling and Analysis; J. Banks, J.S. Carson, B.L. Nelson – Discrete Event System Simulation.

Імітаційному моделюванню механічних статичних та динамічних систем присвячена робота [18]. Вдале поєднання в одному виданні базових

теоретичних засад комп'ютерного моделювання, обчислювальних експериментів, практичних засобів комп'ютерного моделювання здійснено у дослідженні [12].

В іноземному виданні [19] зазначено, що багато дослідників приділяли увагу питанням визначення довірчих інтервалів для змінних законів розподілу випадкових величин. Такі вчені, як Tian, Verrill, Johnson, Behboodian, Jafari, використовували концепцію узагальнених значень довірчих інтервалів коефіцієнту варіації на основі відношення правдоподібності кількох нормальних розподілів випадкових величин. Коефіцієнт варіації розподілу відмов вважається узагальненою характеристикою, яка визначає вид та форму розподілу.

У роботі [6] розглянуто чотири схеми формалізації ймовірно-фізичних моделей відмов, а саме:

випадковий процес, якому відповідає альфа-розподіл;

гауссовський процес, якому відповідає нормальний параметричний розподіл;

неперервний марковський процес із монотонними реалізаціями, якому відповідає DM розподіл;

неперервний марковський процес із немонотонними реалізаціями, якому відповідає DN розподіл.

## Результати

В умовах ведення російсько-української війни основні типи військової АТ в основному підійшли до того етапу свого життєвого циклу, коли на їх надійність суттєво починають впливати такі чинники, як фізичний знос і природне старіння. У процесі технічної експлуатації АТ будь-які події відбуваються випадковим чином, і інтервали часу до настання події (між подіями) являють собою випадкові тривалості перебування об'єкта у певних станах, статистичне розсіювання яких обумовлюється неоднорідністю структури матеріалів, випадковою різницею структури, хімічного складу та інших властивостей між елементами, випадковим навантаженням АТ під час експлуатації [17]. Тому припущення про однорідність відмов всіх складових систем та елементів не є достатньо прийнятним через різний вплив характеру їх відмов на безпеку польотів та бойову ефективність АТ. Специфіка технічної експлуатації АТ потребує у деяких випадках особливого підходу і спеціальних методів аналізу показників надійності. Одними із важливих завдань у технічному аспекті в теорії надійності є встановлення закономірностей виникнення відмов, прогнозування відмов, а також знаходження способів підтримання надійності у процесі технічної експлуатації АТ [7].

Для переходу на експлуатацію АТ за станом необхідно проводити аналіз статистики випадкових процесів, а для цього необхідно мати справу з багатовимірними розподілами [20].

Вичерпною характеристикою будь-якої випадкової величини є ймовірнісний розподіл цієї

величини чи функція розподілу. Незалежно від складності об'єкт (елемент, система, складна система з резервуванням) має певну функцію розподілу наробітку (модель відмов), а вся проблема оцінювання показників надійності об'єкта зводиться до оцінювання параметрів цього розподілу [17].

Порівняльний аналіз моделей відмов, що зазначені у [17], показує, що за всіма вимогами (фізичністю, адекватністю, можливістю розрахунку показників надійності, універсальністю та практичною придатністю), які висуваються до моделей відмов, дифузійні розподіли мають перевагу перед рештою моделей (Вейбулла, логарифмічно-нормальним, експоненціальним,  $\alpha$ -розподілом) [7].

Вибір моделі відмов, тобто визначення аналітичного виразу функції розподілу проводять на підставі аналізу:

статистичних даних наробітків до відмови або ресурсу;

фізичних процесів деградації, які спричиняють відмову (граничний стан) [17].

Оскільки сукупність показників надійності елемента залежить від моделі надійності системи, в яку входить елемент, і від типу нормованого показника надійності, то в деяких випадках не потрібне знання функції розподілу. Достатньо знати деякі числові характеристики: середній наробіток до відмови, ймовірність відмови за заданий час тощо [7].

Для прогнозування технічного стану АТ необхідно створити математичну модель, яку можна представити аналітичними виразами одного з показників:

ймовірність безвідмовної роботи  $P(t)$ ;

щільність ймовірності  $f(t)$ ;

інтенсивність відмов  $\lambda(t)$ .

Вигляд аналітичної функції, яка описує зміну показників надійності  $P(t)$ ,  $f(t)$  або  $\lambda(t)$ , характеризує закон розподілу випадкової величини, що залежить від властивостей об'єкта, умов його роботи та характеру відмов [7, 21].

Інтенсивність відмов більш повно характеризує безвідмовність об'єкта на момент наробітку  $t$ , ніж щільність розподілу відмов, оскільки показує частоту відмов, віднесену до фактичної працездатної кількості об'єктів на момент наробітку  $t$ . Інтенсивність відмов, як кожний показник безвідмовності, має статистичне та ймовірнісне визначення [7].

У багатьох роботах з надійності інтенсивність відмов  $\lambda(t)$  визначається як миттєва умовна щільність ймовірності відмов.

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}, \quad (1)$$

Зростання  $\lambda(t)$  належить до періоду старіння об'єкта і викликане збільшенням кількості відмов від зношування, спрацьовування, старіння та інших причин, пов'язаних із тривалою технічною експлуатацією.

Для раціонального підходу до вибору розподілу випадкової величини для об'єктів механічного типу введемо у формулу (1) дифузійний закон розподілу [7].

Через велику громіздкість інтегральних виразів для практичного розрахунку показників надійності обчислення інтегралів замінюють використанням таблиць. Крім того, для використання одних і тих самих уніфікованих таблиць для всіх нормально розподілених випадкових величин проводять нормування. Із цією метою нормують змінну величину і переходять від випадкової величини  $T=\{t\}$  до деякої випадкової величини  $X=\{x\}$ , яка розподілена нормально з параметрами  $M\{X\}=0$ , середньоквадратичним відхиленням  $S\{X\}=1$  і щільністю розподілу.

Для побудови моделей неперервних процесів або перетворення одержаних дискретних значень використовуються різноманітні дискретні перетворення, зокрема дискретне перетворення Лапласа [5, 18].

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right), \quad (2)$$

Оскільки нормована функція  $f(x)$  симетрична відносно осі ординат, у практичних розрахунках часто використовують функцію Лапласа як розподіл додатних значень випадкової величини  $X$  у вигляді (3) [7].

$$\Phi_0(x) = \int_0^x f(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{x^2}{2}} dx, \quad (3)$$

де  $\Phi_0$  – функція нормованого нормального розподілу [3].

Функція Лапласа  $\Phi_0$  – це табульована функція розподілу нормованої та центрованої випадкової величини  $x$ . При моделюванні випадкової величини з усіченим нормальним розподілом, з достатньою для практики точністю можна уникнути розрахунків за формулами [1, 3, 22].

Зазначимо, що наробіток до відмови (на відмову) завжди додатний, а крива щільності розподілу  $f(t)$  у загальному випадку починається від  $t = -\infty$  і поширюється до  $t = \infty$ . У разі великого розкиду значень випадкової величини  $T$  область можливих значень обмежується ділянкою  $(0, \infty)$  і тоді використовують усічений нормальний розподіл, отриманий із класичного нормального з обмеженням інтервалу можливих значень наробітку до відмови (на відмову). Функцію усіченого нормального розподілу можна використовувати для апроксимації реальних розподілів на ділянці старіння [7].

Тип розподілу визначається характером фізичного процесу деградації, зокрема, детермінованим, монотонним чи немонотонним видом його реалізацій. Залежно від виду реалізації процесу деградації отримують відповідно DM розподіл чи дифузійно-немонотонний (DN) розподіл наробітку до відмови [17].

Процес деградації механічних об'єктів внаслідок необоротності процесів руйнування прийнято розглядати як процес з монотонними реалізаціями.

DM розподіл відмов відомий у світовій практиці під назвою “Розподіл Бірнбаума-Сандерса” [17]. Цей розподіл також відомий як розподіл довговічності від втоми, має правий переки і використовується для моделювання часу відмови промислових компонентів. Багато увагу приділено цьому розподілу завдяки його привабливим властивостям і зв'язків з нормальним розподілом (що є симетричним). Насправді оригінальна ідея розподілу Бірнбаума-Сандерса полягає в дослідженні вібрації в комерційних літаках, які викликають втому матеріалу під змінним навантаженням і напругою [19].

Використання двохпараметричних дифузійних розподілів, призводить до підвищення точності оцінок показників надійності технічних систем та істотне скорочення об'єму випробувань або об'єму спостережень [3].

*Параметри дифузійних розподілів:*

*Параметр масштабу*, що характеризує розташування розподілу на часовій осі [3]. Параметр масштабу  $\mu$  дорівнює величині, зворотній середній швидкості зміни визначального параметра (нормованого на граничне значення).

*Параметр форми* характеризує вид і форму розподілу [3]. Параметр форми  $\nu$  дорівнює коефіцієнту варіації швидкості змінювання визначального параметра [6, 7, 11, 17].

Коефіцієнт варіації розподілу відмов є узагальноною оцінкою параметра ряду розподілів. Якщо встановлено основні фізичні процеси деградації (види руйнування) об'єктів, то числове значення коефіцієнта варіації розподілу відмов визначають за стандартом [17].

У процесі прогнозування найважливішою апіорною інформацією, яка дозволяє ефективно вирішувати завдання, є оцінка коефіцієнта варіації розподілу наробітку до відмови (на відмову), до граничного стану. Коефіцієнт варіації розподілу відмов практично співпадає з коефіцієнтом варіації процесу деградації (змінювання визначального параметра). Це дає можливість оцінити коефіцієнт варіації розподілу відмов шляхом використання численної інформації про фізичні процеси деградації, які спричиняють відмови об'єктів [17]. Коефіцієнт варіації є важливою описовою статистикою для аналізу мінливості даних. Зокрема, це міра мінливості відносно середнього значення [19].

Якщо з високою вірогідністю встановлено, що відмови спричинені незворотними процесами типу механічне зношення, втоми та корозія, то як теоретичну модель відмов слід прийняти DM розподіл.

Слід враховувати, що за однакових оцінок основних статистичних характеристик деградаційного процесу, що приймаються як оцінки параметрів дифузійних розподілів, DN розподіл має менш оптимістичні оцінки показників

надійності у порівнянні з DM розподілом внаслідок урахування елемента випадковості [17].

Основні характеристики для DM розподілу визначаються як [7]:

*Щільність ймовірності.*

$$f(t) = \frac{t + \mu}{2vt\sqrt{2\pi\mu t}} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2v^2\mu t}}, \quad (4)$$

де  $\mu$ ,  $v$  – оцінки параметрів дифузійних розподілів ( $\mu$  – параметр масштабу,  $v$  – коефіцієнт варіації) [3].

Якщо встановлені переважаючі процеси руйнування й їх доля (відсотки) у формуванні відмов, то очікуване середнє значення коефіцієнта варіації визначають по формулі:

$$v = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k v_i^2 p_i^2}{\sum_{i=1}^k p_i^2}}, \quad (5)$$

де  $v_i$  – середнє значення коефіцієнта варіації;  
 $p_i$  – вклад  $i$ -го процесу руйнування (об'ємна втома, контактна втома, механічний знос тощо,  $i = 1, 2, \dots, k$ ). При цьому  $\sum_{i=1}^k p_i = 1$  [13].

Коефіцієнт варіації, як узагальнена характеристика, з достатньою для інженерної практики точністю може бути оцінена на підставі численних досліджень як процесу руйнувань, так і на підставі статистичних даних про відмови при випробуваннях і експлуатації виробів-аналогів [6].

У стандарті [17] зазначено, що на підставі результатів випробувань і експлуатації аналогів механічного, електромеханічного, тепломеханічного устаткування коефіцієнти варіації мають значення 0,3–0,9. Процеси втоми, як встановлено, мають коефіцієнти варіації порядку 0,4–0,8. Якщо немає конкретних уточнювальних даних, значення коефіцієнтів варіації обираються з табличних даних [3 17]. Відповідно до стандарту [17] для механічних виробів, які підпорядковані DM розподілу, коефіцієнт варіації  $v = 0,5$  [11].

*Функція розподілу.*

$$F(t) = DM(t, \mu, v) = \Phi\left(\frac{t - \mu}{v\sqrt{\mu t}}\right), \quad (6)$$

де  $\mu$ ,  $v$  – оцінки параметрів дифузійних розподілів.

Функція розподілу повинна дозволити виконувати розрахунок показників надійності систем на підставі відомих показників надійності їхніх складових частин [17].

*Ймовірність безвідмовної роботи.*

Для порівняння ефективності технічної експлуатації виробів АТ при різних моделях відмов необхідно визначити функцію розподілу часу безвідмовної роботи. Для DM розподілу така функція знаходиться за формулою (7).

При  $v = 0,5$  для механічних виробів, математичне сподівання напрацювання на відмову практично співпадає з коефіцієнтом масштабу [11].

$$P(t) = \Phi\left(\frac{\mu - t}{v\sqrt{\mu t}}\right), \quad (7)$$

де  $\mu$ ,  $v$  – оцінки параметрів дифузійних розподілів.

*Інтенсивність відмов.*

Функція інтенсивності відмов  $\lambda(t)$  являє собою узагальнену характеристику розподілу, яка має інформацію одразу про дві функції – це  $f(t)$  та  $F(t)$ . Інтенсивність відмов об'єкта через табличні значення  $f(t)$  та  $F(t)$  знаходять за формулами (8, 9) [7, 17].

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{f(t)}{[1 - F(t)]}, \quad (8)$$

$$\lambda(t) = \frac{(\mu + t) \cdot e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2v^2\mu t}}}{2vt\sqrt{2\pi\mu t} \cdot \Phi\left(\frac{\mu - t}{v\sqrt{\mu t}}\right)}, \quad (9)$$

Функції розподілу  $F(t)$ , які являють собою інтегральні характеристики, для будь-яких законів розподілу монотонні, що приховує особливості законів розподілу. Більш повно характеризує різні властивості розподілу (розміщення області можливих значень на осі часу, наявність і розширення найбільш ймовірних значень, ступінь розсіювання та симетричності тощо) щільність розподілу ймовірності  $f(t)$ . Саме завдяки цим якостям функцію  $f(t)$  найчастіше використовують для графічного зображення того чи іншого закону розподілу [7, 17]. Але  $\lambda(t)$  найбільш повно характеризує закон розподілу, ніж  $f(t)$ . Відомо, що закономірності функції  $\lambda(t)$  суттєво відрізняються у ряді законів, хоча деякі мають схожі функції  $f(t)$  і  $F(t)$ . Так, із стандарту [17] можна побачити, що крива щільності розподілу для DM розподілу є позитивно асиметричною, а інтенсивність відмов прямує до деякої константи. У зв'язку з цією властивістю інтенсивність відмов є одним із найважливіших критеріїв під час вибору теоретичної моделі розподілу відмов [7].

Параметри DM розподілу можуть бути оцінені як на підставі статистики відмов, на підставі аналізу фізичних процесів деградації, які спричиняють відмови, а також на підставі сумісного використання статистичної інформації обох згаданих варіантів [7, 17].

Для адекватного відображення процесів зміни технічного стану АТ, представлених в логіко-математичній формі, необхідно використовувати імітаційне моделювання [12, 23].

Для організації сучасного процесу математичного моделювання використовуються різноманітні інструментальні програмні засоби та середовища – MathCAD, Matlab, Wolfram Mathematica, Maple, PTV Vissim тощо [10]. Для імітаційного моделювання використовують GPSS World, Rockwell Arena, AnyLogic, Powersim Studio

10, iTHINK 10.0, ExtendSim, Vensim, Matlab Simulink.

Під час дослідження системи технічної експлуатації АТ та проведення обчислювальних математичних задач застосовано програму Matlab з широким класом предметно-орієнтованих бібліотек (toolbox) та інструментом візуального моделювання Simulink. Починаючи з версії R2017b у Matlab/ Simulink з'явилася можливість реалізувати імітаційне моделювання більше наближене до реального [24].

Логіку спостереження за реальною системою перенесено з реального часу поведінки системи в модельний час [22]. Представимо аналітичний вираз (9) у вигляді моделі для Simulink (рис.1).

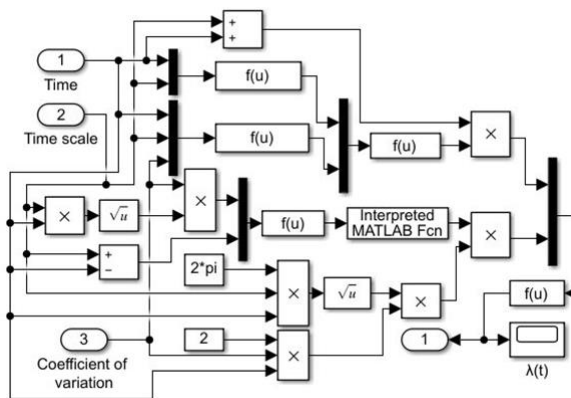


Рисунок 1 – Блок моделювання відмов для DM розподілу

Блок Interpreted MATLAB Fcn імітує випадкові числа відповідно до заданого закону розподілу. У блоці здійснюється перетворення функції Лапласа (3) із застосуванням функцій normcdf.

Для реалізації аналітичного виразу (9) в Simulink використовуються блоки Product (множення) та Sum (сума)

У теорії ймовірностей відомо декілька десятків двопараметричних функцій розподілу, які здатні достатньо добре описувати експериментальні дані відмов. Але не менш важливими є інші вимоги (фізичність, можливість виконання розрахунку показників надійності тощо), які і звужують коло функцій розподілів, що використовуються як моделі відмов [17].

Для того щоб скористатися результатами розрахунків, їх необхідно представити у зручній для сприйняття формі. Для наочної ілюстрації результати моделювання системи представлено у вигляді графіків [25].

Імовірнісно-фізичну модель (DM розподіл) спеціально побудовано для опису відмов об'єктів на підставі аналізу фізичних процесів деградації, які спричиняють відмови і, на відміну від ймовірнісних моделей, така модель є фізично обґрунтованою, що враховує фізичну природу відмов та дає можливість використовувати характеристики фізичних явищ, які відбуваються в об'єкті [17, 6]. Фізичні процеси розглядаються як випадкові, при цьому виникає зв'язок між значеннями ймовірності відмови і фізичними параметрами, що викликають відмову.

Результати моделювання інтенсивності відмов при різних значеннях параметру масштабу та коефіцієнту варіації представлено на рис. 2–5.

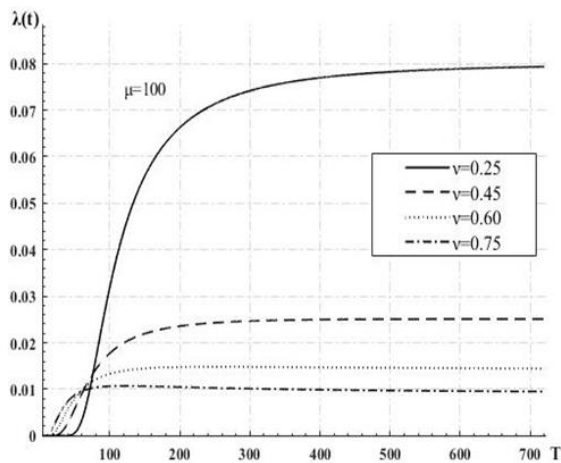
### Обговорення

Аналіз отриманих залежностей свідчить, що інтенсивність відмов DM розподілу має немонотонний характер, в асимптоті ( $t \rightarrow \infty$ ) прагне до константи. DM розподіл має позитивну асиметрію. Незважаючи на помітно асиметричний вид (при значеннях параметра форми чи коефіцієнту варіації розподілу більше 0,3) [17, 7].

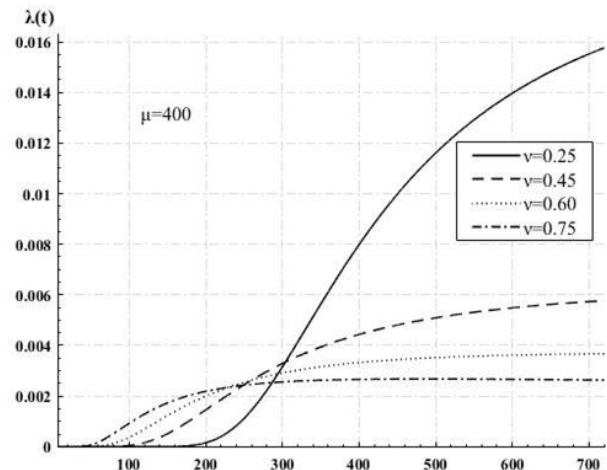
На основі вирівнювання значної кількості даних відмов найрізноманітніших об'єктів визначено, що дифузійні розподіли є більш гнучкими функціями, що краще вирівнюють дослідні дані порівняно з відомими двопараметричними строго ймовірнісними моделями (Вейбула, логарифмічно-нормальним, гамма-розподілом, нормальним параметричним і  $\alpha$ -розподілом) [6]. Параметри дифузійних розподілів надійності можуть бути оцінені як на основі статистики відмов, так і на основі аналізу статистичних характеристик фізичного процесу, що призводить до відмови. Тому дифузійні розподіли є більш адекватними моделями відмов [6, 7].

Застосунок Simulink дозволяє досить швидко змоделювати систему та отримати показники очікуваного ефекту [22]. Сутність імітаційного моделювання полягає у пошуку кількісних і якісних результатів. У процесі побудови математичних моделей та під час їх дослідження можна провести аналіз і зрозуміти характеристики процесу, що досліджується [10]. На підставі аналізу результатів моделювання приймається рішення про те, за яких умов система буде функціонувати із найбільшою ефективністю [22].

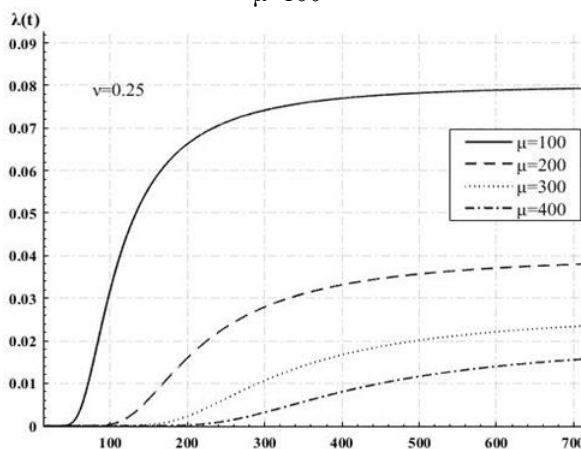
Розроблена модель може використовуватися як для проведення практичних розрахунків, так і для перевірки коректності аналітичних методів розрахунку [8].



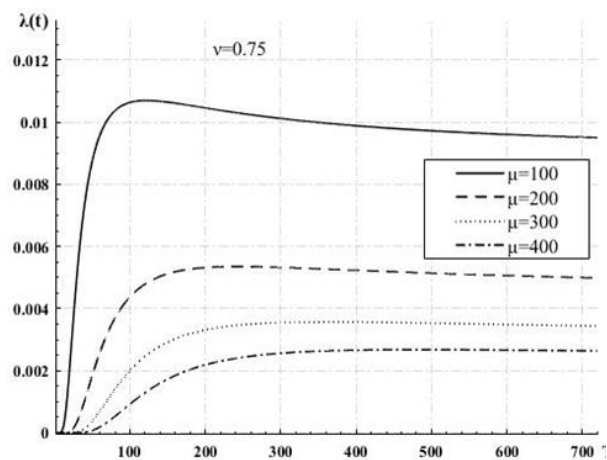
**Рисунок 2** – Залежність інтенсивності відмов від коефіцієнту варіації для DM-розподілу при  $\mu=100$



**Рисунок 3** – Залежність інтенсивності відмов від коефіцієнту варіації для DM-розподілу при  $\mu=400$



**Рисунок 4** – Залежність інтенсивності відмов від масштабу часу для DM-розподілу при  $\nu=0.25$



**Рисунок 5** – Залежність інтенсивності відмов від масштабу часу для DM-розподілу при  $\nu=0.75$

### Висновки

У статті представлено результати імітаційного моделювання на основі запропонованої математичної моделі інтенсивності відмов агрегатів авіаційної техніки механічного типу, які свідчать про досягнення мети дослідження.

Під час дослідження визначено, що інтенсивність відмов має великий вплив на основні показники надійності. Разом з тим із переходом на експлуатацію АТ за станом, на показники її надійності суттєво починають впливати ще такі чинники, як фізичний знос і природне старіння.

Математичну модель представлено аналітичним виразом показника  $\lambda(t)$ , який перетворено у кількісну характеристику функції дифузійно-монотонного закону розподілу випадкової величини, що дає можливість використовувати її у подальших дослідженнях для прогнозування технічного стану АТ, як об'єкту, якому притаманні процеси механічного зношування, корозії, втоми, старіння.

Завдяки властивостям Simulink вирішено завдання створення імітаційної моделі прогнозування інтенсивності відмов АТ, побудованої за блочно-модульним принципом. Для

наочної ілюстрації результати моделювання у статті представлено у вигляді графіків.

Доведено, що дифузійні закони розподілу випадкових величин по ряду вимог перевершують існуючі традиційні моделі надійності і є для них найбільш адекватними моделями відмов.

### Список використаних джерел

- [1.] С. В. Гаєвський, С. М. Балакірева, Д. В. Комаров та В. О. Явтушенко, "Аналіз радіоелектронної системи літака як об'єкта продовження терміну експлуатації," Системи управління, навігації та зв'язку, № 1(59), с. 15–20, 2020. <https://doi.org/10.26906/SUNZ.2020.1.015>.
- [2.] В. М. Голуб та ін., "Оцінка впливу функціональних систем вертольотів Мі-8МСБ-В та Ми-8МТ(МТВ) на показники їх безвідмовності за 2017 - 2021 роки," Збірник наукових праць ДНДІ ВіС ОБТ, № 1(11), с. 29–37, 2022. <https://doi.org/10.37701/dndivsovt.11.2022.04>.
- [3.] Надійність техніки. Оцінювання та прогнозування надійності за результатами випробувань і (або) експлуатації в умовах малої статистики відмов, ДСТУ 8647:2016. Київ, Україна: ДП "УкрНДНЦ", 2015.
- [4.] І. Є. Сафонов та І. П. Коровін, "Підхід до

- вдосконалення системи впровадження досвіду технічної експлуатації повітряних суден державної авіації України та створення надійної системи підтримання їхньої льотної придатності за стандартами НАТО," *Наука і оборона*, № 3, с. 19–25, 2025, <https://doi.org/10.33099/2618-1614-2025-30-3-19-26>.
- [5.] В. В. Вичужанін та М. Д. Рудніченко, *Методи інформаційних технологій у діагностиці стану складних технічних систем: монографія*. Одеса, Україна: Екологія, 2019.
- [6.] А. М. Петренко, "Дифузійно-немонотонний розподіл часу безвідмовної роботи як найбільш адекватний закон для електричних установок," *Вісник Черкаського ДТУ*, № 2, с. 77–83, 2013.
- [7.] О. М. Нечипоренко, *Основи надійності літальних апаратів: навч. посіб.* Київ, Україна: НТУУ КПІ, 2010.
- [8.] W. Xie, Y. Hong, and K. Trivedi, "Analysis of a two-level software rejuvenation policy," *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 87, pp. 13–22, 2005. <https://doi.org/10.1016/j.res.2004.02.011>
- [9.] S. Krivel, "Simulink-based analysis of the structural reliability scheme of technical systems," *Information Science, Computer Engineering and Management. Proceedings of ISTU*, vol. 22, no. 6, pp. 85–97, 2018. <https://doi.org/10.21285/1814-3520-2018-6-85-97>.
- [10.] Н. В. Богданова та О. В. Богданов, *Математичне моделювання систем і процесів: навч. посіб.* Київ, Україна: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022.
- [11.] В. І. Мірненко, С. О. Пустовий, П. М. Яблонський та О. В. Авраменко, "Порівняння ефективності технічного обслуговування виробів авіаційної техніки, що експлуатуються за технічним станом, для моделей дифузійно-монотонного і дифузійно-немонотонного розподілів відмов," *Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони*, № 2(23), с. 88–93, 2015. [https://doi.org/10.33099/2311-7249/2015-0-2\(23\)-88-93](https://doi.org/10.33099/2311-7249/2015-0-2(23)-88-93)
- [12.] І. В. Кравченко, В. І. Микитенко та Г. С. Тимчик, *Комп'ютерне моделювання: системи і процеси: підручник*. Київ, Україна: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022.
- [13.] О. Г. Boyko, "About legitimacy of usage of agreed probabilities of failure-free work and agreed breakdowns probabilities," *Aviation and Rocket and Space Technology*, pp. 113–116, 2010.
- [14.] С. В. Гасвський та ін., "Математичні моделі для розрахунку показників залишкового ресурсу невідновлювальних комплектуючих виробів радіоелектронної системи літака," *Системи управління, навігації та зв'язку*, № 3(61), с. 49–52, 2020. <https://doi.org/10.26906/SUNZ.2020.3.049>.
- [15.] О. Ю. Лозинський та С. В. Щербовських, "Розрахунок параметра потоку відмов відновлюваного об'єкта з урахуванням тривалості ремонтів," *Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології*, № 9, с. 92–99, 2009. <http://jnas.nbu.gov.ua/article/UJRN-0000116670>
- [16.] G. S. Mudholkar and R. Natarajan, "The inverse Gaussian models: Analogues of symmetry, skewness and kurtosis," *The Institute of Statistical Mathematics*, vol. 54, no. 1, pp. 138–154, 2002. <https://doi.org/10.1023/A:1016173923461>
- [17.] *Надійність техніки. Моделі відмов. Основні положення*, ДСТУ 3433-96. Київ, Україна: ДП "УкрНДНЦ", 1998.
- [18.] В. Б. Струтинський, *Математичне моделювання процесів та систем механіки: підручник*. Житомир, Україна: ЖІТІ, 2001.
- [19.] W. Puggard, S.-A. Niwitpong, and S. Niwitpong, "Confidence intervals for common coefficient of variation of several Birnbaum–Saunders distributions," *Symmetry*, vol. 14, no. 10, p. 2101, 2022. <https://doi.org/10.3390/sym14102101>.
- [20.] И. А. Мачалин, Г. Ф. Конахович та О. П. Ткалич, "Аппроксимация одного класса случайных процессов в задачах контроля радиоэлектронных систем," у *Материалы IV междунар. научно-техн. конф. «АВИА-2002»*, Київ, Україна, 2002, с. 67–69.
- [21.] В. С. Корольок, *Стохастические модели систем*. Київ, Україна: Наукова думка, 1989.
- [22.] А. М. Лоу та В. Д. Кельтон, *Имитационное моделирование*. Санкт-Петербург, росія; Київ, Україна: ВНУ, 2004.
- [23.] А. В. Сохацький, *Моделювання в транспортних технологіях: монографія, ч. 1*. Дніпро, Україна: УМСФ, 2022.
- [24.] P. A. Shakouri, "Longitudinal vehicle dynamics using Simulink/Matlab," *Faculty of Engineering, Kingston University, London, U.K.*, 2015.
- [25.] Н. Клименко та ін., *Моделювання економіки: навчальний посібник*. Київ, Україна: Редакційно-видавничий відділ НУБіП України, 2022.

Ihor Safonov (PhD)

<https://orcid.org/0000-0001-5717-2813>

Ivan Korovin (Candidate of Technical Sciences, Associate Professor)

<https://orcid.org/0000-0003-4645-9688>

National Defence University of Ukraine, Kyiv, Ukraine

## MODELING THE BEHAVIOR OF THE FAILURE INTENSITY FUNCTION OF MECHANICAL TYPE AVIATION EQUIPMENT USING THE DIFFUSION-MONOTONE DISTRIBUTION LAW OF RANDOM VARIABLES

*The random nature of failures in aircraft systems and the inability to predict some emergency situations lead to the loss of considerable time to identify the causes of their occurrence. Recently, to predict the technical condition of aircraft, researchers have successfully used probabilistic-physical reliability models that take into account physical degradation processes.*

*The article presents a simulation model based on the diffusion-monotonic law of failure distribution, which is considered promising in scientific research on degradation processes occurring in systems and units of aging aircraft. The parameters of the presented distribution can be determined based on the statistical characteristics of failures or based on the analysis of the physical process of failures, which gives a certain advantage over probabilistic models. Analysis of the behavior of the failure intensity function makes it possible to predict the technical condition of mechanical-type units in which changes in physical parameters of a monotonic nature occur.*

*To adequately reflect the behavior of the failure intensity function of mechanical-type units, simulation modeling using Simulink software is proposed. The simulation results are presented in the form of graphs.*

**Keywords:** *distribution function, failure model, technical condition prediction, simulation, aviation technology, reliability.*

### References

- [1.] S. V. Haievskiy, S. M. Balakiriev, D. V. Komarov, and V. O. Yavtushenko, "Analysis of the radio-electronic system of an aircraft as an object of service life extension," *Systems of Control, Navigation and Communication*, no. 1(59), pp. 15–20, 2020. <https://doi.org/10.26906/SUNZ.2020.1.015>. (in Ukrainian)
- [2.] V. M. Holub et al., "Assessment of the impact of functional systems of Mi-8MSB-V and Mi-8MT (MTV) helicopters on their reliability indicators for 2017–2021," *Collection of Scientific Works of the State Scientific Research Institute of Armament and Military Equipment Testing and Certification*, no. 1(11), pp. 29–37, 2022. <https://doi.org/10.37701/dndivsovt.11.2022.04>. (in Ukrainian)
- [3.] Reliability of Equipment. Estimation and Prediction of Reliability by the Results of Tests and (or) Operation in the Conditions of Small Failure Statistics, DSTU 8647:2016. Kyiv, Ukraine: SE "UkrNDNC", 2015. (in Ukrainian)
- [4.] I. Ye. Safonov and I. P. Korovin, "An approach to improving the system of implementing the experience of technical operation of state aviation aircraft of Ukraine and creating a reliable system for maintaining their airworthiness according to NATO standards," *Science and Defense*, no. 3, pp. 19–25, 2025. <https://doi.org/10.33099/2618-1614-2025-30-3-19-26>. (in Ukrainian)
- [5.] V. V. Vychuzhanin and M. D. Rudnichenko, *Information Technology Methods in Diagnostics of the State of Complex Technical Systems: Monograph*. Odesa, Ukraine: Ekologia, 2019. (in Ukrainian)
- [6.] A. M. Petrenko, "Diffusion-nonmonotonic distribution of uptime as the most adequate law for electrical installations," *Visnyk of Cherkasy State Technological University*, no. 2, pp. 77–83, 2013. (in Ukrainian)
- [7.] O. M. Nechyporenko, *Fundamentals of Aircraft Reliability: Study Guide*. Kyiv, Ukraine: NTUU KPI, 2010. (in Ukrainian)
- [8.] W. Xie, Y. Hong, and K. Trivedi, "Analysis of a two-level software rejuvenation policy," *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 87, pp. 13–22, 2005. <https://doi.org/10.1016/j.res.2004.02.011>
- [9.] S. Krivel, "Simulink-based analysis of the structural reliability scheme of technical systems," *Information Science, Computer Engineering and Management. Proceedings of ISTU*, vol. 22, no. 6, pp. 85–97, 2018. <https://doi.org/10.21285/1814-3520-2018-6-85-97>
- [10.] N. V. Bohdanova and O. V. Bohdanov, *Mathematical Modeling of Systems and Processes: Study Guide*. Kyiv, Ukraine: Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, 2022. (in Ukrainian)
- [11.] V. I. Mirnenko, S. O. Pustoyvi, P. M. Yablonskyi, and O. V. Avramenko, "Comparison of the maintenance efficiency of aviation equipment items operated by technical condition for models of diffusion-monotonic and diffusion-nonmonotonic failure distributions," *Modern Information Technologies in the Sphere of Security and Defence*, no. 2(23), pp. 88–93, 2015. [https://doi.org/10.33099/2311-7249/2015-0-2\(23\)-88-93](https://doi.org/10.33099/2311-7249/2015-0-2(23)-88-93) (in Ukrainian)
- [12.] I. V. Kravchenko, V. I. Mykytenko, and H. S. Tymchyk, *Computer Modeling: Systems and Processes: Textbook*.

- Kyiv, Ukraine: Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, 2022. (in Ukrainian)
- [13.] O. G. Boyko, "About legitimacy of usage of agreed probabilities of failure-free work and agreed breakdowns probabilities," *Aviation and Rocket and Space Technology*, pp. 113–116, 2010.
- [14.] S. V. Haievskiy et al., "Mathematical models for calculating residual life indicators of non-recoverable component parts of the aircraft radio-electronic system," *Systems of Control, Navigation and Communication*, no. 3(61), pp. 49–52, 2020. <https://doi.org/10.26906/SUNZ.2020.3.049>. (in Ukrainian)
- [15.] O. Yu. Lozynskiy and S. V. Shcherbovskiykh, "Calculation of the failure flow parameter of a recoverable object taking into account the duration of repairs," *Physical and Mathematical Modeling and Information Technologies*, no. 9, pp. 92–99, 2009. <http://jnas.nbu.gov.ua/article/UJRN-0000116670> (in Ukrainian)
- [16.] G. S. Mudholkar and R. Natarajan, "The inverse Gaussian models: Analogues of symmetry, skewness and kurtosis," *The Institute of Statistical Mathematics*, vol. 54, no. 1, pp. 138–154, 2002. <https://doi.org/10.1023/A:1016173923461>
- [17.] *Reliability of Equipment. Failure Models. Basic Principles*, DSTU 3433-96. Kyiv, Ukraine: SE "UkrNDNC", 1998. (in Ukrainian)
- [18.] V. B. Strutynskiy, *Mathematical Modeling of Processes and Systems of Mechanics: Textbook*. Zhytomyr, Ukraine: ZhITI, 2001. (in Ukrainian)
- [19.] W. Puggard, S.-A. Niwitpong, and S. Niwitpong, "Confidence intervals for common coefficient of variation of several Birnbaum–Saunders distributions," *Symmetry*, vol. 14, no. 10, p. 2101, 2022, <https://doi.org/10.3390/sym14102101>.
- [20.] I. A. Machalin, G. F. Konakhovich, and O. P. Tkalich, "Approximation of a class of random processes in problems of control of radio-electronic systems," in *Proc. 4th Int. Sci. Tech. Conf. AVIA-2002*, Kyiv, Ukraine, 2002, pp. 67–69. (in Russian)
- [21.] V. S. Korolyuk, *Stochastic Models of Systems*. Kyiv, Ukraine: Naukova Dumka, 1989. (in Russian)
- [22.] A. M. Law and W. D. Kelton, *Simulation Modeling and Analysis*. St. Petersburg, Russia; Kyiv, Ukraine: BHV, 2004. (in Russian)
- [23.] A. V. Sokhatskiy, *Modeling in Transport Technologies: Monograph*, pt. 1. Dnipro, Ukraine: UMSF, 2022. (in Ukrainian)
- [24.] P. A. Shakouri, "Longitudinal vehicle dynamics using Simulink/Matlab," *Faculty of Engineering, Kingston University, London, U.K.*, 2015.
- [25.] N. Klymenko et al., *Modeling of the Economy: Study Guide*. Kyiv, Ukraine: NUBiP of Ukraine, 2022. (in Ukrainian).