

**DOI 10.33099/2786-7714-2024-2-7-31-35**

**УДК 629.7.07(078)**

<sup>1</sup>Коцюруба Андрій Васильович  
<https://orcid.org/0000-0001-5150-6683>

<sup>1</sup>Радько Олег Віталійович (кандидат технічних наук, доцент, старший науковий співробітник)  
<https://orcid.org/0000-0002-6391-5713>

<sup>1</sup>Бочарніков Віктор Павлович (доктор технічних наук, професор)  
<https://orcid.org/0000-0003-4398-5551>

<sup>2</sup>Пустовий Сергій Олексійович (кандидат технічних наук, старший науковий співробітник)  
<https://orcid.org/0009-0008-2038-1046>

<sup>1</sup>Національний університет оборони України, Київ, Україна

<sup>2</sup>ТОВ "АдронДАМ", Київ, Україна

## ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ЗАСТОСУВАННЯ ДВОПАРАМЕТРИЧНОГО ТА ТРИПАРАМЕТРИЧНОГО ЗАКОНІВ РОЗПОДІЛУ ВЕЙБУЛЛА ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ ПОКАЗНИКІВ БЕЗВІДМОВНОСТІ ВІЙСЬКОВОЇ АВІАЦІЙНОЇ ТЕХНІКИ

У статті представлено результати порівняльного аналізу двопараметричного та трипараметричного законів розподілу Вейбулла для з'ясування впливу третього параметра на прогнозування безвідмовної роботи військової авіаційної техніки. У якості вихідних даних, для проведення розрахунків функцій розподілу часу, щільностей ймовірності, інтенсивностей відмов, ймовірностей безвідмовної роботи двопараметричного та трипараметричного законів розподілу Вейбулла, були використані реальні статистичні дані. Встановлено вплив порогового параметру (параметра зсуву) на розподіл часу до відмови та як наслідок – на можливість моделей технічного обслуговування зразків військової авіаційної техніки точніше відображати реальні умови експлуатації та створювати оптимальні графіки їх обслуговування.

**Ключові слова:** військова авіаційна техніка, час безвідмовної роботи, трипараметричний розподіл Вейбулла, параметр положення.

### Вступ

Для вирішення завдань підвищення ефективності процесу технічного обслуговування військової авіаційної техніки (ВАТ), як у мирний час, так і в умовах особливого періоду [1], використовується цілий ряд моделей відмов [2]. Відмови повітряних суден (ПС) призводять до невиконання бойових завдань, значних витрат фінансових, технічних та інших ресурсів, необхідність проведення відновлювальних робіт і пов'язаних з ними простоїв ПС [3]. Крім того, недостатня надійність ПС негативно впливає на безпеку їх експлуатації [4]. Вибір закону розподілу часу безвідмовної роботи дійсно є критичним при розробці математичних моделей обслуговування зразків ВАТ та суттєво впливає на точність оцінок, які отримуються в ході моделювання [5, 6].

Отже, правильний вибір закону розподілу часу безвідмовної роботи та результати його застосування можуть значно підвищити ефективність і безпеку експлуатації авіаційної техніки (АТ).

Розподіл часу безвідмовної роботи при зношуванні, яке є характерним для старіючого парку ПС, може бути задовільно описаний розподілом Вейбулла [6]. Закон Вейбулла або закон масового випадку використовується для опису випадкових подій, які виникають з високою частотою і є таким, що широко використовується через його гнучкість та здатність описувати різні типи відмов, що відбуваються на різних стадіях життєвого циклу компонентів [2]. Цей закон дозволяє моделювати час до відмови з

урахуванням параметрів форми та масштабу [2, 7].

У контексті АТ, закон Вейбулла може бути використаний для аналізу надійності та моделювання відмов або збоїв, які виникають в різних її системах [8]. Це важливо для ВАТ, оскільки дозволяє врахувати початковий період безвідмовної роботи (час наробітку на відмову) нових або заміненних компонентів, а також вплив різних умов експлуатації на надійність [7].

Приклад застосування двопараметричного закону Вейбулла при моделюванні технічного обслуговування зразків озброєння та військової техніки розглянуто у роботі [9]. В той же час, на сьогоднішній день можливість застосування трипараметричного закону розподілу Вейбулла, який додає ще один параметр до класичного двопараметричного розподілу, для складних технічних систем, до яких відноситься ВАТ, не розглянуто. Третій параметр – це порогове значення, яке зміщує розподіл на горизонтальній осі, дозволяючи моделювати ситуації, де відмови не виникають до певного моменту часу. Вважається, що це забезпечує більшу гнучкість при моделюванні [8].

Враховуючи зазначене, метою статті є порівняльний аналіз двопараметричного та трипараметричного законів розподілу Вейбулла для з'ясування впливу третього параметра на прогнозування безвідмовної роботи ВАТ [10].

### Матеріали та методи

Під час написання статті застосовано загальнонауковий теоретичний метод наукового пізнання – порівняльний аналіз. Порівняльний аналіз

застосовувався для встановлення схожих і відмінних характеристик двопараметричного та трипараметричного розподілів Вейбулла щодо прогнозування показників безвідмовності для ВАТ, а також для визначення переваг й недоліків врахування третього параметру розподілу Вейбулла напрацювання на відмову при створенні математичної моделі технічного обслуговування АТ.

### Результати

Двопараметричний закон розподілу Вейбулла задається двома параметрами: параметром масштабу ( $a$ ), який визначає характерний час або середню тривалість безвідмовної роботи та параметром форми ( $b$ ), який визначає поведінку інтенсивності відмов виробу із часом.

Трипараметричний закон Вейбулла використовує додатково третій параметр – пороговий (параметр положення) ( $t_0$ ), який визначає наробіток, до якого немає відмов [2, 8].

Для з'ясування впливу третього параметру розподілу Вейбулла на характеристики безвідмовності АТ, проведемо порівняльний аналіз двопараметричного та трипараметричного законів. У якості вихідних даних використані реальні статистичні дані, отримані за результатами експлуатації зразків ВАТ:

1. Параметр форми –  $b$ , безрозмірна величина, яка визначає поведінку інтенсивності відмов виробу із часом:  $b < 1$  – падаюча інтенсивність відмов (період приробітку),  $b = 1$  – постійна інтенсивність відмов із часом експлуатації (період нормальної експлуатації),  $b > 1$  – зростаюча із часом експлуатації інтенсивність відмов (старіння та знос) [2]. Враховуючи реальний стан парку ВАТ України, розрахунки проведемо при наступних значеннях параметру форми:

$$b = 1,2; 1,4; 1,6; 1,8; 2,0.$$

2. Параметр масштабу (ресурс) –  $a$ , год. Розрахунок параметру масштабу виконано за

формулою його взаємозв'язку із середнім напрацюванням на відмову  $T_{cp}$ , що наведена у таблиці 1 [11] для розподілу Вейбулла:

$$a = \frac{T_{cp}}{\Gamma(1 + \frac{1}{b})} \quad (1)$$

де  $T_{cp} = 1773$  календарних год (відповідає 13,82 год нальоту при інтенсивності польотів  $7,7966 \cdot 10^{-3}$  год нальоту / календарну годину або 128,3 календарних год / год нальоту) при заданому параметрі форми  $b$ ;

$\Gamma(\cdot)$  – гама-функція.

3. Параметр положення (параметр зсуву або мінімальний ресурс) –  $t_0$ , год. При розрахунках заданий у календарних годинах та визначає наробіток повітряного судна (ПС) до якого відмови відсутні:

$$t_0 = 257 \text{ календарних год (відповідає 2 год нальоту).}$$

Для порівняльного аналізу проведемо розрахунки функцій розподілу часу, щільностей ймовірності, інтенсивностей відмов, ймовірностей безвідмовної роботи та побудуємо графіки для двопараметричного та трипараметричного законів розподілу Вейбулла відповідно при зазначених вище значеннях коефіцієнтів масштабу  $a$ , форми  $b$  та параметрі положення  $t_0$ :

1. Функція розподілу часу напрацювання ПС на відмову – для двопараметричного  $F_2(t)$  та трипараметричного  $F_3(t)$  законів розподілу Вейбулла (рис. 1):

$$F_2(t, a, b) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^b} \quad (2)$$

$$F_3(t, a, b, t_0) = 1 - e^{-\left(\frac{t-t_0}{a}\right)^b} \quad (3)$$

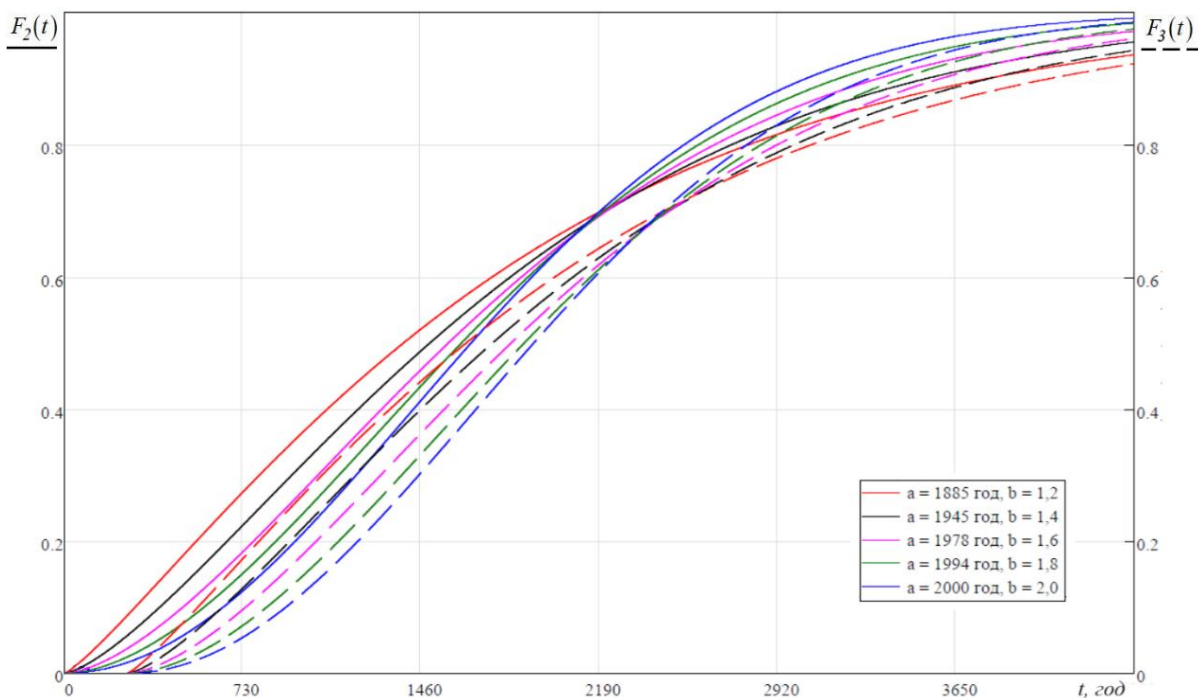


Рисунок 1. Порівняння функцій розподілу двопараметричного  $F_2(t)$  (—) та трипараметричного  $F_3(t)$  (---) законів розподілу Вейбулла

2. Щільності ймовірностей двопараметричного  $f_2(t)$  та трипараметричного  $f_3(t)$  законів розподілу Вейбулла (рис. 2):

$$f_2(t, a, b) = \frac{d}{dt} F_2(t, a, b) = \frac{b}{a} \left(\frac{t}{a}\right)^{b-1} e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^b} \quad (4)$$

$$f_3(t, a, b, t_0) = \frac{d}{dt} F_3(t, a, b, t_0) = \frac{b}{a} \left(\frac{t-t_0}{a}\right)^{b-1} e^{-\left(\frac{t-t_0}{a}\right)^b} \quad (5)$$

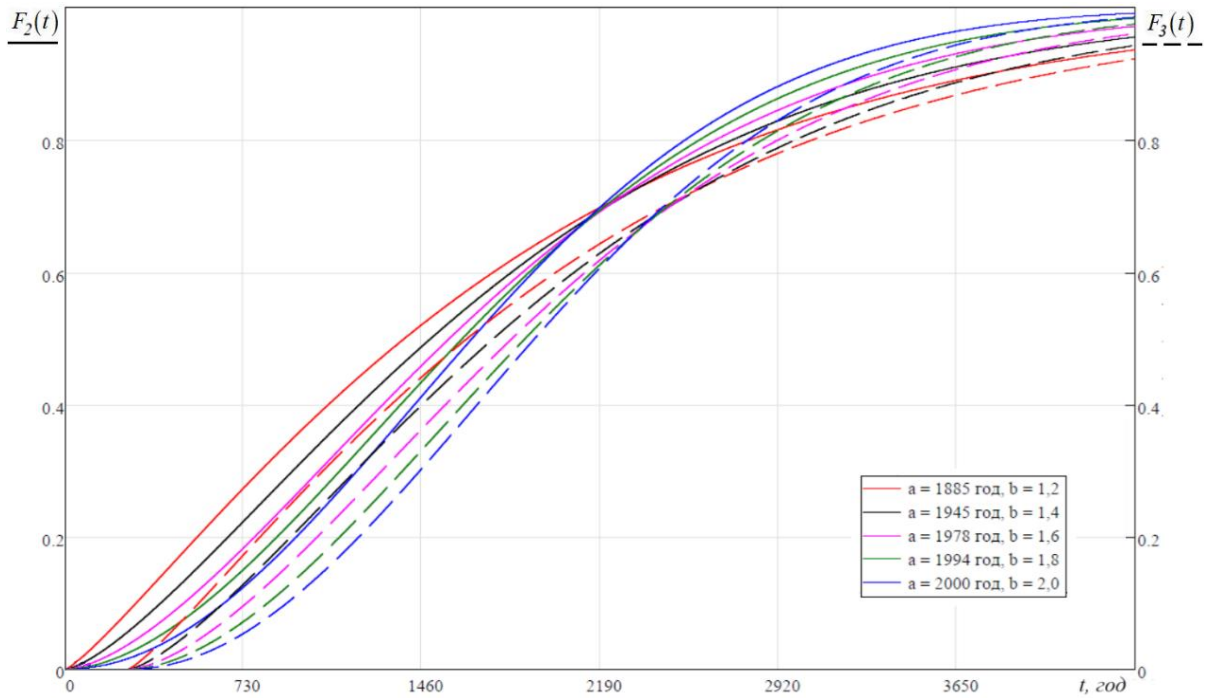


Рисунок 2. Порівняння щільності ймовірностей для двопараметричного  $f_2(t)$  (—) та трипараметричного  $f_3(t)$  (---) законів розподілу Вейбулла

3. Інтенсивності потоків відмов двопараметричного  $\lambda_2(t)$  та трипараметричного  $\lambda_3(t)$  законів розподілу Вейбулла (рис. 3):

$$\lambda_2(t, a, b) = \frac{f_2(t, a, b)}{1 - F_2(t, a, b)} = \frac{b}{a^b} t^{b-1} \quad (6)$$

$$\lambda_3(t, a, b, t_0) = \frac{f_3(t, a, b, t_0)}{1 - F_3(t, a, b, t_0)} = \frac{b}{a^b} t^{b-1} = \frac{b}{a^b} (t-t_0)^{b-1} \quad (7)$$

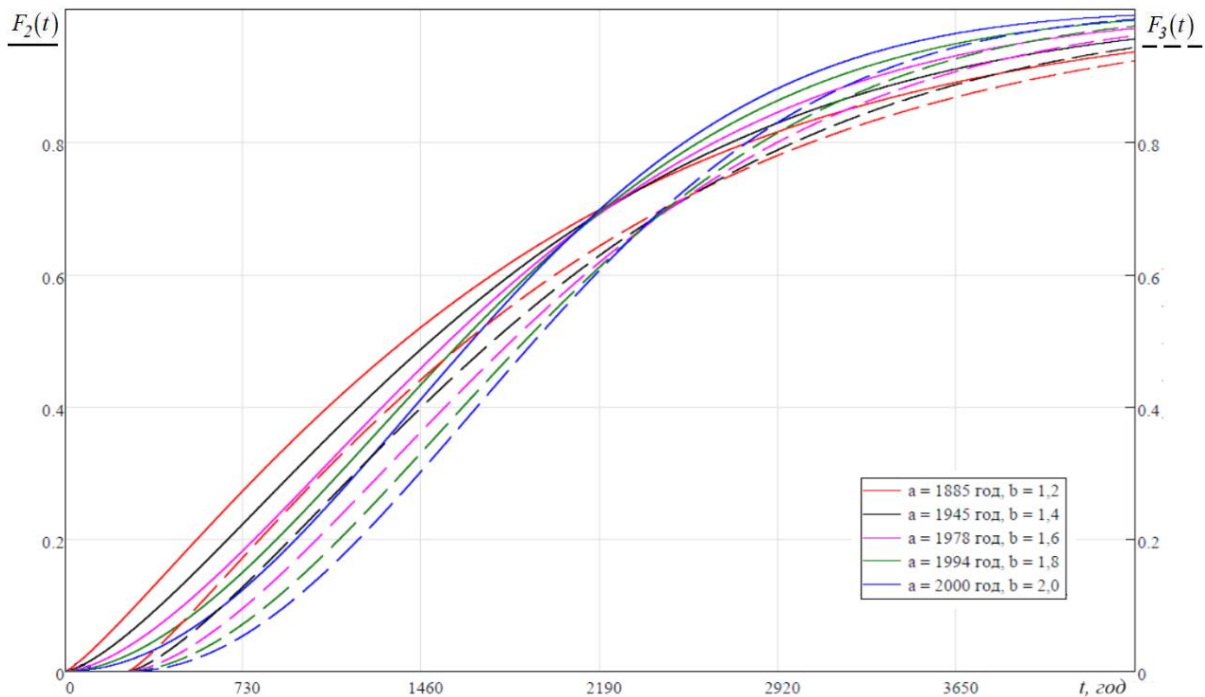


Рисунок 3. Порівняння інтенсивності відмов для двопараметричного  $\lambda_2(t)$  (—) та трипараметричного  $\lambda_3(t)$  (---) законів розподілу Вейбулла

4. Ймовірності безвідмовної роботи двопараметричного  $P_2(t)$  та трипараметричного  $P_3(t)$  законів розподілу Вейбулла (рис. 4):

$$P_2(t, a, b) = 1 - F_2(t, a, b) = e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^b} \quad (8)$$

$$P_3(t, a, b, t_0) = 1 - F_3(t, a, b, t_0) = e^{-\left(\frac{t-t_0}{a}\right)^b} \quad (9)$$

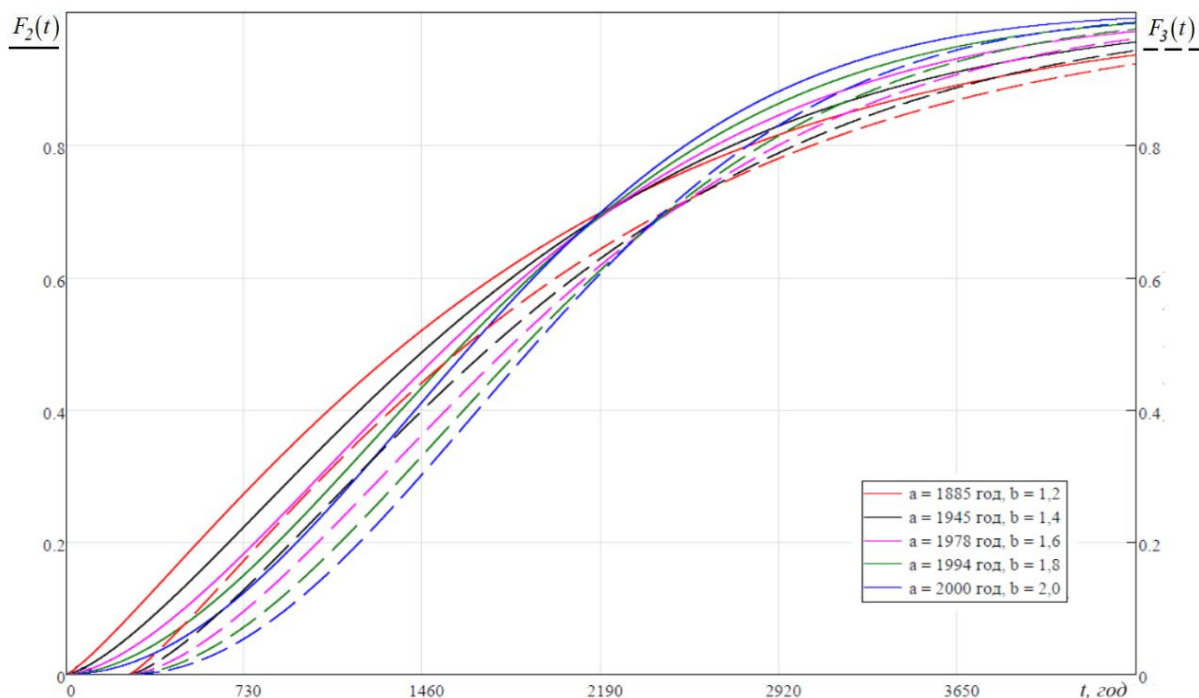


Рисунок 4. Порівняння ймовірності безвідмовної роботи для двопараметричного  $P_2(t)$  (—) та трипараметричного  $P_3(t)$  (---) законів розподілу Вейбулла

### Обговорення

В ході дослідження встановлено, що параметр зсуву (параметр положення) враховує мінімальний час до відмови, що дозволяє моделі відмов точніше відображати реальні умови експлуатації.

Введення параметра зсуву зміщує весь розподіл часу до відмови на фіксовану величину. Це означає, що всі відмови відбуваються після певного мінімального часу, що може бути суттєво важливим при плануванні технічного обслуговування та заміни компонентів.

Додавання параметра зсуву дозволяє моделі відмов краще відповідати емпіричним даним, що покращує точність прогнозів щодо безвідмовної роботи. Це особливо корисно для прогнозування часу безвідмовної роботи складних систем та об'єктів, до яких відноситься ВАТ, на різних етапах їх експлуатації (введення в експлуатацію, технічне обслуговування, ремонт, зберігання, виведення з експлуатації).

### Висновки

Проведені розрахунки показують, що застосування трипараметричного закону Вейбулла на відміну від двопараметричного дозволяє:

моделювати різні етапи життєвого циклу зразка ВАТ. Так, додавання параметра положення відображає період, коли відмови не відбуваються, що особливо доцільно для нових або нещодавно відремонтованих зразків АТ, які мають початковий період безвідмовної роботи;

адаптуватись до різних експлуатаційних умов. Зміщення розподілу відмов дозволяє більш

адекватно моделювати реальні умови використання АТ;

покращити точність прогнозів. Врахування трьох параметрів (форма, масштаб, порогове значення) дає більш точні результати прогнозу, що за певних умов дозволяє при моделюванні відмов щільніше наблизитись до реальних статистичних даних зразка ВАТ;

оптимізувати обслуговування. Краща гнучкість моделі відмов дозволяє розраховувати більш достовірні оптимальні графіки обслуговування кожного типу ВАТ.

### Список використаних джерел

1. А. В. Коцюруба, О. В. Радько, І. І. Волошин, та І. П. Коровін. “Аналіз впливу умов особливого періоду на систему технічного обслуговування і ремонту повітряних суден авіації Збройних Сил України”, Труды університету, № 1(183), с. 14-24, 2024.
2. Надійність техніки. Моделі відмов, ДСТУ 3433-96: УкрНДНЦ, Київ, Україна, 1997.
3. А. О. Калиновський, “Дослідження методів економічної оцінки якості відновлення авіаційної техніки”, Науковий вісник НЛТУ України”, Вип. 19.10, с. 179-185, 2009.
4. О. В. Радько, Б. Й. Семон, С. М. Коротін, та А. В. Коцюруба “Організація експлуатації військової авіаційної техніки”, Київ, Україна: НУОУ, 2023.
5. О. Кучер, та П. Власенко, “Контроль та аналіз стану надійності систем і агрегатів повітряних суден в експлуатації”, Наукоємні технології, №1(15), лист. 2010, с. 15–26, doi: <https://doi.org/10.18372/2310-5461.5.5025>.
6. Л. В. Волох, “Порівняльний аналіз основних законів розподілу при дослідженні надійності технічних

об'єктів та систем”, Collection of scientific papers “SCIENTIA”, Sofia, Republic of Bulgaria. p. 74–76. Oct. 20, 2023.

7. IEC 61649:2008. Weibull analysis. Available: <https://webstore.iec.ch/en/publication/5698>.

8. M. Fidanoglu, U. Ungor, I. Ozkol. “Application of Weibull Distribution Method for Aircraft Component Life Estimation in Civil Aviation Sector”, Journal of Traffic and Logistics Engineering, Vol. 5, No. 1, June 2017, doi:10.18178/jtle.5.1.40-44.

9. П. В. Опенько, П. М. Яблонський, М. Ю. Миронюк, О. О. П'явчук та А. Г. Козир “Математична модель технічного обслуговування зразків озброєння та

військової техніки з використанням розподілу часу безвідмовної роботи виробів у вигляді закону Вейбулла”, Збірник наукових праць Державного науково-дослідного інституту випробувань і сертифікації озброєння та військової техніки, Вип. № 2(12), С. 93-108, 2022, doi: 10.37701/dndivsovt.12.2022.10.

10. Надійність техніки. Терміни та визначення, ДСТУ 2860-94: УкрНДНЦ, Київ, України, 1996.

11. Надійність техніки. Методи розрахунку показників надійності. Загальні вимоги, ДСТУ-2862-94: УкрНДНЦ, Київ, України, 1997.

<sup>1</sup>Andrii Kotsiuruba

<https://orcid.org/0000-0001-5150-6683>

<sup>1</sup>Oleg Radko (PhD of Engineering Sciences, Associate Professor, Senior Research Scientist)

<https://orcid.org/0000-0002-6391-5713>

<sup>1</sup>Viktor Bocharnikov (Doctor of Technical Sciences, Professor)

<https://orcid.org/0000-0003-4398-5551>

<sup>2</sup>Serhii Pustoyvi (PhD of Engineering Sciences, Senior Research Scientist)

<https://orcid.org/0009-0008-2038-1046>

<sup>1</sup>National Defense University of Ukraine, Kyiv, Ukraine

<sup>2</sup>Adron DAM LLC, Kyiv, Ukraine

## COMPARATIVE ANALYSIS OF THE APPLICATION OF TWO-PARAMETER AND THREE-PARAMETER WEIBULL DISTRIBUTION FOR PREDICTING RELIABILITY INDICATORS OF MILITARY AIRCRAFTS

*The article presents the results of a comparative analysis of the two-parameter and three-parameter Weibull distribution laws to determine the impact of the third parameter on the prediction of the reliable operation of military aviation equipment. Real statistical data were used as input data for calculating the distribution functions of time, probability densities, failure intensities, and reliability probabilities of the two-parameter and three-parameter Weibull distribution laws. The influence of the threshold parameter (shift parameter) on the time-to-failure distribution and, consequently, on the ability of maintenance models of military aviation equipment samples to more accurately reflect real operating conditions and create optimal maintenance schedules was established.*

**Keywords:** military aviation equipment, time to failure, three-parameter Weibull distribution, location parameter.

### References

1. A. V. Kocjuruba, O. V. Radjko, I. I. Voloshyn, та I. P. Korovin. “Analiz vplyvu umov osoblyvogo periodu na systemu tekhnichnogo obslughovuvannya i remontu povitryanykh suden aviaciji Zbrojnykh Syl Ukrainy”, Trudy universytetu, № 1(183), c. 14-24, 2024.

2. Nadijnistj tekhniky. Modeli vidmov, DSTU 3433-96: UkrNDNC, Kyjiv, Ukrainy, 1997.

3. A. O. Kalynovs'kyj, “Doslidzhennja metodiv ekonomichnoji ocinky jakosti vidnovlennja aviacijnoji tekhniky”, Naukovyj visnyk NLTU Ukrainy”, Vyp. 19.10, s. 179-185, 2009.

4. O. V. Radjko, B. J. Semon, S. M. Korotin, та A. V. Kocjuruba “Orghanizacija ekspluataciji vijsjkovoji aviacijnoji tekhniky”, Kyjiv, Ukrainy: NUOU, 2023.

5. O.Kucher, та P. Vlasenko, “Kontrolj ta analiz stanu nadijnosti system i aghreghativ povitryanykh suden v ekspluataciji”, Naukojemni tekhnologhiji, #1(15), lyst. 2010, s. 15–26, doi: <https://doi.org/10.18372/2310-5461.5.5025>.

6. L. V. Volokh, “Porivnjalnij analiz osnovnykh zakoniv rozpodilu pry doslidzhenni nadijnosti tekhnichnykh ob'ektiv ta system”, Collection of scientific papers “SCIENTIA”, Sofia, Republic of Bulgaria. p. 74–76. Oct. 20, 2023. Дата звернення: 10 лист. 2024. Available: [https://stud.knutd.edu.ua/bitstream/123456789/25268/3/50-](https://stud.knutd.edu.ua/bitstream/123456789/25268/3/50-91-PB-75-77.pdf)

91-PB-75-77.pdf

7. IEC 61649:2008. Weibull analysis. Available: <https://webstore.iec.ch/en/publication/5698>.

8. M. Fidanoglu, U. Ungor, I. Ozkol. “Application of Weibull Distribution Method for Aircraft Component Life Estimation in Civil Aviation Sector”, Journal of Traffic and Logistics Engineering, Vol. 5, No. 1, June 2017, doi:10.18178/jtle.5.1.40-44.

9. P. V. Openjko, P. M. Jablons'kyj, M. Ju. Myronjuk, O. O. P'javchuk та A. Gh. Kozyr “Matematychna modelj tekhnichnogo obslughovuvannya zrazkiv ozbrojennja ta vijsjkovoji tekhniky z vykorystannjam rozpodilu chasu bezvidmovnoji roboty vyrobiv u vyghljadi zakonu Vejbulja”, Zbirnyk naukovykh pracj Derzhavnogo naukovо-doslidnogo instytutu vyprobuvanj i sertyfikacij ozbrojennja ta vijsjkovoji tekhniky, Vyp. # 2(12), S. 93-108, 2022, doi: 10.37701/dndivsovt.12.2022.10.

10. Nadijnistj tekhniky. Terminy ta vyznachennja, DSTU 2860-94: UkrNDNC, Kyjiv, Ukrainy, 1996.

11. Nadijnistj tekhniky. Metody rozrakhunku pokaznykiv nadijnosti. Zagaljni vymoghy, DSTU-2862-94: UkrNDNC, Kyjiv, Ukrainy, 1997.