

**DOI 10.33099/2786-7714-2024-2-7-43-49**

**УДК 519.872**

**Чернега Володимир Миколайович** (кандидат технічних наук, доцент)

<https://orcid.org/0000-0001-6209-8136>

**Гудима Олег Петрович** (кандидат технічних наук, доцент)

<https://orcid.org/0000-0001-5150-6683>

**Плахотний Володимир Миколайович**

<https://orcid.org/0000-0002-6391-5713>

**Плахотна Марія Миколаївна**

<https://orcid.org/0000-0002-6391-5713>

*Національний університет оборони України, Київ, Україна*

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КОМПЛЕКСНОЇ ПРОТИДІЇ БЕЗПІЛОТНИМ ЛІТАЛЬНИМ АПАРАТАМ

У статті представлено математичну модель (ММ) комплексної протидії безпілотним літальним апаратам (БпЛА) на основі теорії марковських процесів. Модель побудована з використанням моделі масового обслуговування з різнорідними каналами обслуговування, що відображає різноманітність засобів виявлення та ураження БпЛА. Процес протидії БпЛА розглядається як система, що складається з двох підсистем: підсистеми виявлення та підсистеми ураження. Для підсистеми виявлення розглянуто 6 каналів обслуговування, що відповідають різним засобам виявлення БпЛА (радіотехнічний, радіолокаційний, оптико-електронний, акустичний, тепловізійний та візуальне спостереження). Для підсистеми ураження розглянуто 4 канали обслуговування, що відповідають різним засобам ураження БпЛА (радіоелектронна боротьба, бойова лазерна система, надпотужне НВЧ-випромінювання та вогневе ураження). Для кожної підсистеми побудовано граф станів та записано системи диференціальних рівнянь, що описують перехід системи між цими станами. Отримано вирази для ймовірностей перебування системи у відповідних станах у сталому (стаціонарному) режимі. На основі цих ймовірностей визначено основні характеристики системи комплексної протидії БпЛА, такі як математичне сподівання виявлення/ураження БпЛА окремими каналами та всіма каналами, ймовірності виявлення/ураження БпЛА окремими каналами. Розроблена математична модель дає змогу обґрунтувати вимоги до системи комплексної протидії БпЛА та її складових.

**Ключові слова:** безпілотний літальний апарат, математична модель, комплексна протидія, теорія марковських процесів, модель масового обслуговування, виявлення безпілотних літальних апаратів, ураження безпілотних літальних апаратів.

### Вступ

Досвід застосування з'єднань (частин, підрозділів) Збройних Сил України в бойових діях показав, що проблема протидії безпілотним літальним апаратам (БпЛА) з кожним часом набуває все більшої актуальності. Крім того, якщо порівняти досвід протидії БпЛА, набутий у 2014-2022 роках, з досвідом 2022-2024 років, то чітко проглядається необхідність розроблення способів та засобів комплексної протидії БпЛА [1, 8-11].

На даний час існують різні способи та засоби протидії БпЛА. Наприклад, засоби радіотехнічної або радіолокаційної розвідки, засоби акустичної розвідки, радіоелектронної боротьби та оптико-електронного впливу тощо [2].

Разом з тим, адекватної математичної моделі, яка б давала можливість врахувати комплексний характер протидії БпЛА, на даний час не розроблено.

Аналіз наукових праць [3-6], присвячених проблемним питанням протидії БпЛА, свідчить про те, що на даний час розроблені та застосовуються математичні моделі, які описують

окремі способи протидії БпЛА. При цьому, відсутні наукові праці з розроблення математичного апарату для описання комплексної протидії БпЛА з використанням різнорідних засобів протидії.

### Матеріали та методи

У даному дослідженні застосовується теорія масового обслуговування для розроблення математичної моделі комплексної протидії БпЛА.

### Результати

Процес протидії БпЛА складається з двох етапів – виявлення та ураження. Так, на етапі виявлення можуть застосовуватися засоби радіотехнічної та радіолокаційної розвідки, оптико-електронні, акустичні, тепловізійні засоби виявлення БпЛА та візуального спостереження тощо, а на етапі ураження – станції радіоелектронної боротьби, бойові лазерні системи, системи надпотужного височастотного випромінювання (НВЧ-випромінювання), вогневі засоби тощо.

З переліку засобів виявлення та ураження

видно, що вони мають різні тактико-технічні характеристики та фізичний принципи дії.

Зазначені засоби створюють систему комплексної протидії БПЛА, яка складається з двох підсистем – виявлення та ураження.

Розглянемо комплексну модель протидії БПЛА, яка включає в себе математичну модель виявлення та математичну модель ураження.

Як було показано у роботах [3-6], окремі засоби виявлення та ураження можуть бути описані моделями теорії масового обслуговування. Тому для опису моделей виявлення та ураження також застосуємо моделі теорії масового обслуговування.

Досвід застосування засобів виявлення та ураження БПЛА свідчить про те, що вони застосовуються з різною інтенсивністю під час протидії БПЛА. Тому обслуговуючі канали, які входять в систему масового обслуговування (СМО) є різнорідними як для моделі виявлення, так і ураження.

У зв'язку з цим, побудуємо моделі виявлення та ураження на основі моделі масового обслуговування з різнорідними каналами [7].

Для моделі виявлення розглянемо 6 каналів обслуговування та позначимо їх таким чином:

- 1 – канал радіотехнічного засобу виявлення;
- 2 – канал радіолокаційного засобу виявлення;
- 3 – канал оптико-електронного засобу виявлення;

- 4 – канал акустичного засобу виявлення;
- 5 – канал тепловізійного засобу виявлення;
- 6 – канал візуального спостереження.

Для моделі ураження розглянемо 4 канали обслуговування та позначимо їх таким чином:

- 1 – канал засобу радіоелектронної боротьби;
- 2 – канал засобу бойової лазерної системи;
- 3 – канал ураження надпотужним НВЧ - випромінювачем;

4 – канал вогневого ураження.

Нехай на вхід системи надходять ординарні заявки та різномірно розподіляються між вільними засобами. При цьому, час перебування заявки в системі обмежений. Чергова заявка, у випадку, коли всі канали зайняті, отримує відмову в обслуговуванні. Кількість заявок в системі співпадає з кількістю зайнятих каналів.

Для моделі виявлення розглянемо наступні стани (рис. 1):

$A_0$  – всі канали виявлення вільні, БПЛА відсутні;

$A_1$  – БПЛА виявлено 1-м каналом;

$A_2$  – БПЛА виявлено 2-м каналом;

... ..

$A_6$  – БПЛА виявлено 6-м каналом;

$A_7$  – всі БПЛА виявлено всіма каналами.

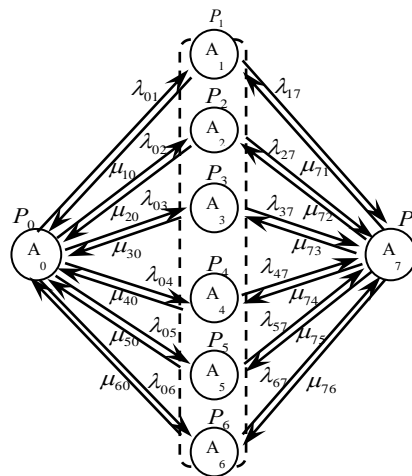


Рисунок 1. Граф станів системи виявлення БПЛА

Тоді на основі графу станів системи виявлення можна записати наступну систему диференціальних рівнянь:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dP_0}{dt} &= \mu_{10}P_1 + \mu_{20}P_2 + \mu_{30}P_3 + \mu_{40}P_4 + \mu_{50}P_5 + \mu_{60}P_6 - P_0(\lambda_{01} + \lambda_{02} + \lambda_{03} + \lambda_{04} + \lambda_{05} + \lambda_{06}); \\ \frac{dP_1}{dt} &= \lambda_{01}P_0 + \mu_{71}P_7 - (\mu_{10} + \lambda_{17})P_1; \\ \frac{dP_2}{dt} &= \lambda_{02}P_0 + \mu_{72}P_7 - (\mu_{20} + \lambda_{27})P_2; \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \frac{dP_6}{dt} &= \lambda_{06}P_0 + \mu_{76}P_7 - (\mu_{60} + \lambda_{67})P_6; \\ \frac{dP_7}{dt} &= -(\mu_{71} + \mu_{72} + \mu_{73} + \dots + \mu_{76})P_7 + \lambda_{17}P_1 + \lambda_{27}P_2 + \lambda_{37}P_3 + \lambda_{47}P_4 + \lambda_{57}P_5 + \lambda_{67}P_6. \end{aligned} \right. \quad (1)$$

де  $P_0, \dots, P_7$  - ймовірності перебування системи у станах  $A_0, \dots, A_7$  відповідно;

$\lambda_{01}, \lambda_{02}, \dots, \lambda_{06}$  – інтенсивності переходу системи із стану  $A_0$  у стани  $A_1, \dots, A_6$  відповідно;

$\lambda_{17}, \lambda_{27}, \dots, \lambda_{67}$  – інтенсивності переходу системи зі станів  $A_1, \dots, A_6$  у стан  $A_7$ ;

$\mu_{10}, \mu_{20}, \dots, \mu_{60}$  – інтенсивності переходу системи зі станів  $A_1, \dots, A_6$  у стан  $A_0$  відповідно;

$\mu_{71}, \dots, \mu_{76}$  – інтенсивності переходу системи зі стану  $A_7$  у стани  $A_1, \dots, A_6$  відповідно;

за початкових умов:

$$P_0(0) = 1, \quad P_1(0) = P_2(0) = \dots = P_7(0) = 0$$

та умов нормування:

$$\sum_i P_i = 1, \quad i = \overline{0,7} \quad (2)$$

Для моделі ураження БПЛА розглянемо наступні стани (рис. 2):

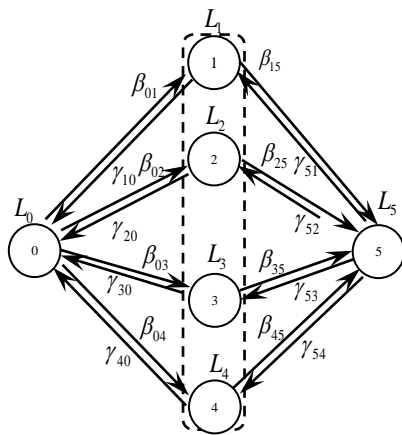


Рисунок 2. Граф станів системи ураження БПЛА

$V_0$  – рішення на ураження БПЛА не прийнято;  
 $V_1$  – БПЛА уражається 1-м каналом;

$V_2$  – БПЛА уражається 2-м каналом;  
... ..  
 $V_4$  – БПЛА уражається 4-м каналом;  
 $V_5$  – всі БПЛА уражаються всіма каналами.

Аналогічно, на основі графу станів системи ураження БПЛА можна записати наступну систему диференціальних рівнянь (3):

де  $L_0, \dots, L_5$  – ймовірності перебування системи у станах  $V_0, \dots, V_5$  відповідно;

$\beta_{01}, \dots, \beta_{04}$  – інтенсивності переходу системи зі стану  $V_0$  у стани  $V_1, \dots, V_4$  відповідно;

$\beta_{15}, \dots, \beta_{45}$  – інтенсивності переходу системи зі станів  $V_1, \dots, V_4$  у стани  $V_5$  відповідно;

$\gamma_{51}, \dots, \gamma_{54}$  – інтенсивності переходу системи зі стану  $V_5$  у стани  $V_1, \dots, V_4$  відповідно;

за початкових умов:

$$L_0(0) = 1, \quad L_1(0) = L_2(0) = \dots = L_5(0) = 0$$

та умов нормування:

$$\sum_i L_i = 1, \quad i = \overline{0,5} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \frac{dL_0}{dt} = -(\beta_{01} + \beta_{02} + \beta_{03} + \beta_{04})L_0 + \gamma_{10}L_1 + \gamma_{20}L_2 + \gamma_{30}L_3 + \gamma_{40}L_4; \\ \frac{dL_1}{dt} = -(\beta_{15} + \gamma_{10})L_1 + \beta_{01}L_0 + \gamma_{51}L_5; \\ \frac{dL_2}{dt} = -(\beta_{25} + \gamma_{20})L_2 + \beta_{02}L_0 + \gamma_{52}L_5; \\ \dots \dots \\ \frac{dL_4}{dt} = -(\beta_{45} + \gamma_{40})L_4 + \beta_{04}L_0 + \gamma_{54}L_5; \\ \frac{dL_5}{dt} = -(\gamma_{51} + \gamma_{52} + \gamma_{53} + \gamma_{54})L_5 + \beta_{15}L_1 + \beta_{25}L_2 + \beta_{35}L_3 + \beta_{45}L_4. \end{cases} \quad (3)$$

З точки зору виявлення БПЛА, інтенсивності переходу системи зі стану  $A_0$  у стани  $A_1, \dots, A_6$  це інтенсивності появи БПЛА в зонах виявлення відповідних засобів. Тому можна вважати, що ці інтенсивності однакові, тобто:

$$\lambda_{01} = \lambda_{02} = \dots = \lambda_{06} = \lambda_0. \quad (5)$$

Ймовірності знаходження системи у станах  $A_1, \dots, A_6$  характеризують ймовірність того, що БПЛА виявляються відповідними засобами виявлення. Тобто:

$P_1$  – ймовірність того, що БПЛА виявляється радіотехнічним засобом;

$P_2$  – ймовірність того, що БПЛА виявляється радіолокаційним засобом;

$P_3$  – ймовірність того, що БПЛА виявляється оптико-електронним засобом;

$P_4$  – ймовірність того, що БПЛА виявляється акустичним засобом;

$P_5$  – ймовірність того, що БПЛА виявляється тепловізійним засобом;

$P_6$  – ймовірність того, що БПЛА виявляється постом візуального спостереження;

Те ж саме стосується й інтенсивностей переходу зі стану  $V_0$  в стани  $V_1, \dots, V_4$  та з цих станів у стан  $V_5$ . Тобто:

$$\beta_{01} = \beta_{02} = \dots = \beta_{04} = \lambda_0. \quad (6)$$

При цьому, інтенсивності переходу зі станів  $A_1, \dots, A_6$  у стан  $A_0$  та зі стану  $A_7$  у стан  $A_1, \dots, A_6$  є інтенсивностями обслуговування каналу виявлення БПЛА. Тому можна записати, що:

$$\begin{aligned} \mu_{10} = \mu_{71} = \mu_1; \quad \mu_{20} = \mu_{72} = \mu_2; \\ \mu_{30} = \mu_{73} = \mu_3; \quad \mu_{40} = \mu_{74} = \mu_4; \quad \mu_{50} = \mu_{75} = \mu_5; \quad (7) \\ \mu_{60} = \mu_{76} = \mu_6. \end{aligned}$$

Так само можемо записати і для інтенсивності переходу зі станів  $V_1, \dots, V_4$  у стан  $V_0$  та зі стану  $V_5$  у стан  $V_1, \dots, V_4$ . Тобто:

$$\begin{aligned} \gamma_{10} = \gamma_{51} = \gamma_1; \quad \gamma_{20} = \gamma_{52} = \gamma_2; \\ \gamma_{30} = \gamma_{53} = \gamma_3; \quad \gamma_{40} = \gamma_{54} = \gamma_4. \end{aligned} \quad (8)$$

Для визначених припущень (5)-(8) графі станів систем виявлення та ураження БПЛА можуть бути

спрощені.

відповідно.

Модифіковані графи станів систем виявлення та ураження БПЛА наведено на рис. 3 та 4

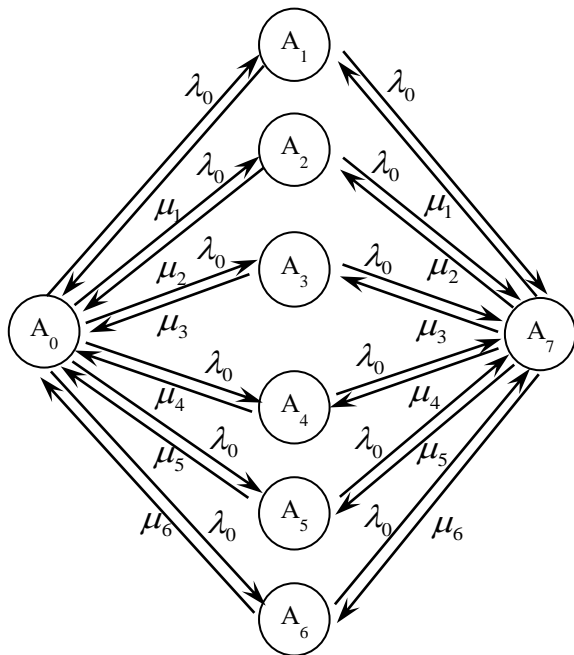


Рисунок 3. Модифікований граф станів системи виявлення БПЛА

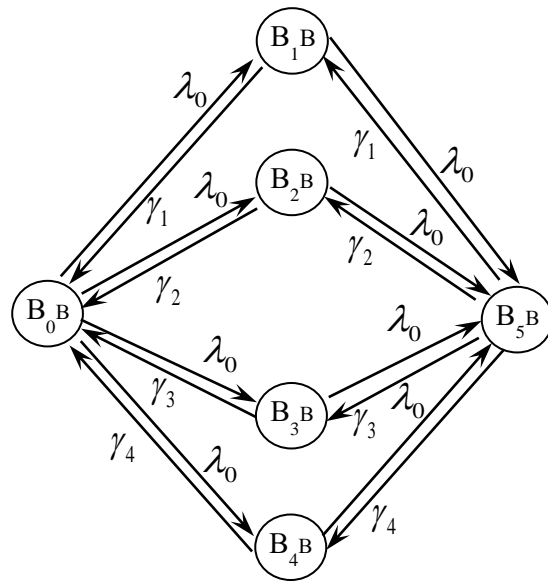


Рисунок 4. Модифікований граф станів системи ураження БПЛА

При цьому система диференціальних рівнянь моделі виявлення (9) та для моделі ураження (10): також спрощується та має наступний вигляд, для

моделі виявлення (9) та для моделі ураження (10):

$$\begin{cases} \frac{dP_0}{dt} = -6\lambda_0 P_0 + \mu_1 P_1 + \mu_2 P_2 + \mu_3 P_3 + \mu_4 P_4 + \mu_5 P_5 + \mu_6 P_6 \\ \frac{dP_1}{dt} = \lambda_0 P_0 + \mu_1 P_7 - (\mu_1 + \lambda_0) P_1 \\ \frac{dP_2}{dt} = \lambda_0 P_0 + \mu_2 P_7 - (\mu_2 + \lambda_0) P_2 \\ \dots \dots \dots \\ \frac{dP_6}{dt} = \lambda_0 P_0 + \mu_6 P_7 - (\mu_6 + \lambda_0) P_6 \\ \frac{dP_7}{dt} = -(\mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_6) P_7 + \lambda_0 (P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_6) + \lambda_0 L_0 - \lambda_0 P_7 \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \frac{dL_0}{dt} = -4\lambda_0 L_0 + \gamma_1 L_1 + \gamma_2 L_2 + \gamma_3 L_3 + \gamma_4 L_4 \\ \frac{dL_1}{dt} = -(\lambda_0 + \gamma_1) L_1 + \lambda_0 L_0 + \gamma_1 L_5 \\ \dots \dots \dots \\ \frac{dL_4}{dt} = -(\lambda_0 + \gamma_4) L_4 + \lambda_0 L_0 + \gamma_4 L_5 \\ \frac{dL_5}{dt} = -(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4) L_5 + \lambda_0 (L_1 + L_2 + L_3 + L_4) \end{cases} \quad (10)$$

Можна показати, що для  $n$  засобів виявлення рішеннями систему диференціальних рівнянь (9) у сталому режимі будуть наступні вирази:

$$P_0 = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i^*}{n - \sum_{i=1}^n \alpha_i^*} P_{n+1} \text{ та}$$

$$P_i = \left[ 1 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \alpha_i^* \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i^*}{n - \sum_{i=1}^n \alpha_i^*} + \sum_{i=1}^n \alpha_i^* \right]^{-1},$$

де  $\alpha_i = \frac{\lambda_0}{\mu_i}$  та  $\alpha_i^* = \frac{1}{1 + \alpha_i}$ ,

а для  $m$  засобів ураження рішеннями системи диференціальних рівнянь (10) у сталому режимі будуть наступні вирази:

$$L_0 = \frac{\sum_{i=1}^m \phi_i^*}{m - \sum_{i=1}^m \phi_i^*} L_{m+1} \text{ та}$$

$$L_m = \left[ 1 + \sum_{i=1}^n \phi_i \phi_i^* \frac{\sum_{i=1}^n \phi_i^*}{n - \sum_{i=1}^n \phi_i^*} + \sum_{i=1}^n \phi_i^* \right]^{-1},$$

де  $\phi_i = \frac{\lambda_0}{\gamma_i}$  та  $\phi_i^* = \frac{1}{1 + \phi_i}$ .

Основні характеристики системи комплексної протидії БПЛА можуть бути визначені наступним чином:

математичне сподівання виявлення БПЛА  $n$ -им каналом виявлення матиме наступний вигляд:

$$M_{0n} = \mu_n (P_n + P_{n+1}) = \lambda_0 P_{Bn};$$

математичне сподівання  $M_\Sigma$  кількості БПЛА, які виявляються всіма каналами в одиницю часу дорівнює:

$$M_\Sigma = \sum_{i=1}^n M_{0i} = \lambda_0 \sum_{i=1}^n P_{Bi} = \lambda_0 P_B,$$

де  $P_B = \sum_{i=1}^n P_{Bi}$ ;

ймовірності виявлення БПЛА  $n$ -тим каналом:

$$P_B = \left[ \sum_{i=1}^n \mu_i \left( \alpha_i \alpha_i^* \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i^*}{n - \sum_{i=1}^n \alpha_i^*} + \alpha_i^* \right) + \sum_{i=1}^n \mu_i \right]^{-1}$$

$$\cdot \left[ 1 + \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{1 + \alpha_i} \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i^*}{n - \sum_{i=1}^n \alpha_i^*} + \sum_{i=1}^n \alpha_i^* \right]^{-1};$$

математичне сподівання ураження БПЛА  $m$ -тим каналом ураження:

$$B_{0m} = \beta_m (L_m + L_{m+1}) = \beta_0 L_{\gamma m};$$

математичне сподівання  $B_\Sigma$  числа БПЛА, які уражено всіма каналами в одиницю часу дорівнює:

$$B_\Sigma = \sum_{i=1}^m B_{0i} = \beta_0 \sum_{i=1}^m L_{\gamma i} = \beta_0 L_{\gamma},$$

де  $L_B = \sum_{i=1}^m L_{\gamma i}$ ;

ймовірності ураження БПЛА  $m$ -тим каналом ураження:

$$L_{\gamma} = \left[ \sum_{i=1}^m \beta_i \left( \phi_i \phi_i^* \frac{\sum_{i=1}^m \phi_i^*}{m - \sum_{i=1}^m \phi_i^*} + \phi_i^* \right) + \sum_{i=1}^m \beta_i \right]^{-1}$$

$$\cdot \left[ 1 + \sum_{i=1}^m \phi_i \phi_i^* \frac{\sum_{i=1}^m \phi_i^*}{m - \sum_{i=1}^m \phi_i^*} + \sum_{i=1}^m \phi_i^* \right]^{-1}.$$

### Обговорення

Таким чином, розроблена математична модель комплексної протидії БПЛА дає можливість змоделювати процеси виявлення та ураження БПЛА враховуючи різноманітність каналів їх обслуговування, а також знайти аналітичні залежності для ймовірностей перебування системи у відповідних станах у сталому (стаціонарному) режимі. На основі цих ймовірностей можна визначити основні характеристики системи комплексної протидії БПЛА, такі як математичне сподівання виявлення/ураження БПЛА окремими каналами та всіма каналами, ймовірності виявлення/ураження БПЛА окремими каналами.

### Висновки

Отже, зазначена модель дає можливість обґрунтувати вимоги до системи комплексної протидії БПЛА та її складових.

Перспективами подальших досліджень є розрахунки ефективності комплексної протидії БПЛА:

- ефективність комплексного виявлення БПЛА;
- ефективність комплексного ураження БПЛА.

Для їх визначення необхідно зв'язати параметри математичних моделей з тактико-технічними характеристиками конкретних засобів виявлення та ураження БПЛА, що й буде напрямом подальшого дослідження.

### Список використаних джерел

- Корсунов С. І., Волков А. Ф., Оборонов М. І., Орехов С. В., Гуртовенко В. В., Федченко С. І. Трансформація завдань безпілотної авіації: від створення до застосування у воєнних конфліктах сучасності. Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України. 2021. № 3(44). С. 66-81. <https://doi.org/10.30748/nitps.2021.44.08>.
- Теорія і практика боротьби з малорозмірними низьколітніми цілями (оцінка можливостей, тенденцій розвитку засобів протиповітряної оборони): монографія / І.С. Романченко, О.М. Загорка, С.Г. Бутенко, О.В. Дейнега. – Житомир: «Полісся». 2011. – 344 с.

3. Городнов В.П., Дробаха Г.А., Єрмошин М.О., Смірнов Є.Б., Ткаченко В.І. Моделирование бойових дій військ (сил) протиповітряної оборони та інформаційне забезпечення процесів управління ними (теорія, практика, історія розвитку). Харків: ХВУ, 2004. 409 с.

4. Городнов В.П. Моделирование боевых действий частей, соединений и объединений Войск ПВО. Харків: ВИРТА ППО, 1987. 380 с.

5. Ярош С. П., Гур'єв Д. О. Аналіз розвитку безпілотних літальних апаратів, способів їх бойового застосування та розробка пропозицій щодо організації ефективної боротьби з безпіотною авіацією. Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України. 2021. № 2(43). С. 54–60. <https://doi.org/10.30748/nitps.2021.43.07>.

6. Прикладные модели теории массового обслуживания / В.А. Шуенкин, В.С. Донченко. В помощь студентам специальности «Прикладная математика»: Учебное пособие. Київ. НМК ВО, 1992. 398 с.

7. Інформаційно-аналітичні матеріали. Звіт №24. Уроки російсько-української війни 2022 року: Воєнні аспекти. Аналіз досвіду застосування безпілотних літальних апаратів іранського виробництва у російсько-українській війні та рекомендації щодо боротьби з ними. ЦНДІ ЗС України. Київ, 2022. 37 с.

8. Висновки та уроки застосування безпілотних авіаційних комплексів Збройними Силами України, а також агресором: монографія / Гусак Ю. А., Потьомкін М. М., Шовкошитний І. І., Мовчан А. С., Гразіон Д. І. Київ: ЦНДІ ЗС України, 2022. 48 с.

9. Ярош С. П., Гур'єв Д. О. Обґрунтування можливості застосування сучасного, удосконаленого та перспективного озброєння для боротьби з безпілотними літальними апаратами в угрупованні зенітних ракетних військ. Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України. 2021. № 3(44). С. 88–100. <https://doi.org/10.30748/nitps.2021.44.10>.

10. Волков А. Ф., Лезік О. В., Корсунов С. І., Левагін Г. А., Яновський О. В., Івахненко К. В. Аналіз застосування БПЛА у вірмено-азербайджанському воєнному конфлікті та можливі шляхи боротьби з ними. Системи озброєння і військова техніка. 2020. № 4(64). С. 7–17. <https://doi.org/10.30748/soivt.2020.64.01>.

11. Бараш Ю. Безпілотна орда: організація формувань БпЛА в армії Росії нині і в перспективі. Defense Express. 2021: веб-сайт. URL: [https://defence-ua.com/weapon\\_and\\_tech/bezpilotna\\_orda\\_organizatsija\\_formuvan\\_bp\\_la\\_v\\_armiji\\_rossiji\\_nini\\_i\\_v\\_perspektivi-2863.html](https://defence-ua.com/weapon_and_tech/bezpilotna_orda_organizatsija_formuvan_bp_la_v_armiji_rossiji_nini_i_v_perspektivi-2863.html) (дата звернення: 01.11.2022).

**Volodymyr Cherniha** (PhD of Technical Sciences, Associate Professor)

<https://orcid.org/0000-0001-6209-8136>

**Oleh Hudyma** (PhD of Technical Sciences, Associate Professor)

<https://orcid.org/0000-0001-5150-6683>

**Volodymyr Plahotnyi**

<https://orcid.org/0000-0002-6391-5713>

**Mariia Plahotna**

<https://orcid.org/0000-0002-6391-5713>

*National Defense University of Ukraine, Kyiv, Ukraine*

## **MATHEMATICAL MODEL OF COMPLEX COUNTER-DEFENSE AGAINST UNMANNED AIRCRAFT**

*The article presents a mathematical model (MM) for integrated counteraction against unmanned aerial vehicles (UAVs) based on the theory of Markov processes. The model is constructed using a queuing model with heterogeneous service channels, reflecting the variety of means for detecting and neutralizing UAVs. The UAV counteraction process is considered as a system comprising two subsystems: the detection subsystem and the neutralization subsystem. For the detection subsystem, six service channels corresponding to different means of UAV detection are considered (radio engineering, radar, optoelectronic, acoustic, thermal imaging, and visual observation). For the neutralization subsystem, four service channels are considered, representing different means of UAV neutralization (electronic warfare, combat laser systems, high-power microwave radiation, and kinetic neutralization). For each subsystem, a state graph is constructed, and systems of differential equations describing the transition of the system between these states are formulated. Expressions for the steady-state (stationary) probabilities of the system being in specific states are derived. Based on these probabilities, the main characteristics of the integrated UAV counteraction system are determined, such as the mathematical expectation of UAV detection/neutralization by individual channels and all channels combined, as well as the probabilities of UAV detection/neutralization by individual channels. The developed mathematical model enables the justification of requirements for the integrated UAV counteraction system and its components.*

**Keywords:** *unmanned aerial vehicle, mathematical model, integrated counteraction, Markov process theory, queuing model, UAV detection, UAV neutralization.*

### **References**

1. Korsunov, S. I., Volkov, A. F., Oboronov, M. I., Orekhov, S. V., Gurtovenko, V. V., & Fedchenko, S. I. Transformation of UAV Tasks: From Development to Application in Modern Military Conflicts. Science and Technology of the Air Force of Ukraine, 2021, No. 3(44), pp. 66–81. <https://doi.org/10.30748/nitps.2021.44.08>.

2. Romanchenko, I. S., Zahorka, O. M., Butenko, S. G., & Deinega, O. V. Theory and Practice of Combatting Small Low-Flying Targets (Evaluation of Capabilities and Development Trends in Air Defense Systems): Monograph. Zhytomyr: Polissya, 2011. 344 p.

3. Gorodnov, V. P., Drobakha, G. A., Yermoshyn, M. O., Smirnov, Ye. B., & Tkachenko, V. I. Modeling Combat

- Operations of Air Defense Forces and Information Support for Their Management Processes (Theory, Practice, History of Development). Kharkiv: KHU, 2004. 409 p.
4. Gorodnov, V. P. Modeling Combat Operations of Air Defense Units, Subunits, and Formations. Kharkiv: VIRT PVO, 1987. 380 p.
5. Yarosh, S. P., & Huriev, D. O. Analysis of UAV Development, Combat Application Methods, and Proposals for Effective Countermeasures Against UAVs. *Science and Technology of the Air Force of Ukraine*, 2021, No. 2(43), pp. 54–60. <https://doi.org/10.30748/nitps.2021.43.07>.
6. Shuenkin, V. A., & Donchenko, V. S. Applied Models of Queuing Theory. Kyiv: NMK VO, 1992. 398 p.
7. Informational-Analytical Materials. Report No. 24. Lessons of the Russian-Ukrainian War 2022: Military Aspects. Analysis of the Use of Iranian UAVs in the Russian-Ukrainian War and Recommendations for Countering Them. CNDI AFU, Kyiv, 2022. 37 p.
8. Husak, Yu. A., Potomkin, M. M., Shovkoshytnyi, I. I., Movchan, A. S., & Grazion, D. I. Conclusions and Lessons from the Use of UAV Complexes by the Armed Forces of Ukraine and the Aggressor: Monograph. Kyiv: CNDI AFU, 2022. 48 p.
9. Yarosh, S. P., & Huriev, D. O. Substantiation of the Use of Modern, Improved, and Promising Weapons for Countering UAVs in Air Defense Missile Groupings. *Science and Technology of the Air Force of Ukraine*, 2021, No. 3(44), pp. 88–100. <https://doi.org/10.30748/nitps.2021.44.10>.
10. Volkov, A. F., Lezik, O. V., Korsunov, S. I., Levahin, H. A., Yanovsky, O. V., & Ivakhnenko, K. V. Analysis of UAV Use in the Armenia-Azerbaijan Conflict and Possible Countermeasures. *Armament and Military Equipment Systems*, 2020, No. 4(64), pp. 7–17. <https://doi.org/10.30748/soivt.2020.64.01>.
11. Barash, Yu. Drone Horde: Organization of UAV Formations in the Russian Army Today and in the Future. *Defense Express*, 2021: website. URL: [https://defence-ua.com/weapon\\_and\\_tech/bezpilotna\\_orde\\_organizatsija\\_fo\\_rmuvan\\_bpla\\_v\\_armiji\\_rosiji\\_nini\\_i\\_v\\_perspektivi-2863.html](https://defence-ua.com/weapon_and_tech/bezpilotna_orde_organizatsija_fo_rmuvan_bpla_v_armiji_rosiji_nini_i_v_perspektivi-2863.html) (accessed: 01.11.2022).