БЕЗПЕКА ЗАСТОСУВАННЯ ТА ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЖИВУЧОСТІ СИЛ ТА ЗАСОБІВ РОДІВ ВІЙСЬК ТА СПЕЦІАЛЬНИХ ВІЙСЬК ПОВІТРЯНИХ СИЛ ЗБРОЙНИХ СИЛ УКРАЇНИ

УДК 519.2

[1]**Диптан Валентин Петрович** (кандидат військових наук, доцент)
https://orcid.org/0000-0003-0286-7460
[1]**Тюрін Віталій Вікторович** (кандидат військових наук, доцент)
https://orcid.org/0000-0003-0476-7471
[1]**Яблонський Петро Михайлович** (кандидат технічних наук, доцент)
https://orcid.org/0000-0003-2651-4299
[1]**Бутенко Микола Пилипович** (кандидат технічних наук, доцент)
https://orcid.org/0000-0001-7272-5826
[2]**Климчук Володимир Павлович** (кандидат технічних наук, доцент)
https://orcid.org/0000-0002-8940-8883

[1]*Національний університет оборони України імені Івана Черняховського, Київ, Україна*
[2]*Національний авіаційний університет, Київ, Україна*

ОЦІНКА НАДІЙНОСТІ ЗАСОБІВ НАЗЕМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ПОЛЬОТІВ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ТЕОРІЇ ТОЛЕРАНТНИХ ГРАНИЦЬ

У статі розглянуто теоретичні аспекти визначення надійності засобів наземного забезпечення польотів із застосуванням теорії толерантних границь.

Під час опису логічної залежності розглядається тільки нижня толерантна границя, значення якої знайдено використовуючи поняття центральної статистики. При цьому функція розподілу відноситься до класу розподілу з параметрами зсуву та масштабу і є першим граничним розподілом (для мінімуму) або подвійним експонентним розподілом.

Наведено порядок оцінювання показників безвідмовності засобів наземного забезпечення польотів. Для чого перевірка про належність наявних спостережень наробітків до відмови вказаних засобів здійснюється із застосуанням розподілу Вейбула, а оцінка відповідних параметрів (зсуву та масштабу) – за найкращими лінійними інваріантними оцінками.

Ключові слова: *засоби наземного забезпечення польотів, розподіл Вейбула, теорія толерантних границь, наробіток до відмови.*

Вступ

Засоби наземного забезпечення польотів суттєво впливають на безпеку польотів. Проблема достовірного й своєчасного визначення надійності засобів наземного забезпечення польотів залишається досить актуальною [1-3]. Часто на практиці створюється ситуація, коли оцінка необхідної точності може бути отримана тільки в кінці експлуатації засобів наземного забезпечення польотів, тобто, коли їхнє практичне використання для досліджуваних систем не має сенсу. Зрозуміло, що краще, використовуючи будь-які методи обробки невеликого обсягу вихідних даних, зібраних у ході попереднього експерименту, одержати деякі оцінки показників надійності, чим відкладати прийняття більш обґрунтованих рішень до того часу, коли накопичиться достовірний вихідний матеріал. Завдання ускладнюється, якщо в експлуатації перебуває невелика кількість зразків, що на практиці завжди виконується.

У зв'язку з цим, значний практичний інтерес представляють β-очікувані толерантні границі, що на практиці з'явилися після роботи [4].

Проблема визначення показників надійності засобів наземного забезпечення польотів вирішується в основному для експоненціального закону розподілу напрацювання до відмов. На практиці більш універсальним розподілом є розподіл Вейбула. Крім того, більшість існуючих публікацій розглядають проблему без врахування об'єму статистики та кількості зразків, що знаходяться в експлуатації.

Сучасний рівень надійності засобів наземного забезпечення польотів повинен бути досить високим, що приводить до незначної кількості відмов в умовах випробувань та експлуатації. Тому метою дослідження є розробка методу визначення показників надійності засобів наземного забезпечення польотів в умовах малої кількості відмов та з урахуванням кількості зразків, що знаходяться в експлуатації.

Матеріали та методи

Область $S(x)$ називається β-очікуваною толерантною областю для випадкової величини Y по випадковому векторі спостережень $x = x_1,..., x_n$, якщо

$$E_x\{P_Y \in S(x)\} = \beta \tag{1}$$

для всіх $\theta \in \Omega$,

де $\theta = (\theta_1,...,\theta_n)$ – невідомий параметр функції розподілу (у загальному випадку багатомірний);

E – символ математичного очікування;

Ω – простір значень параметра функції розподілу Y,x$_i$.

Вираз варто розуміти так, що при всіх значеннях невідомого параметра θ функції розподілу $F(u,\theta)$ випадкових величин і математичне очікування ймовірності того, що випадкова величина Y належить толерантній області $S(x)$, побудованої по вектору спостереження $x = x_1,..., x_n$ дорівнює деякій величині $\beta(0 < \beta < 1)$. Тому, що $S(x)$ є випадковою величиною, очевидно, що $P_Y \in S(x)$ також є випадковою величиною. Таким чином, побудова $S(x)$, яка задовольняє даному визначенню, просто означає, що розподіл величини $P_Y \in S(x)$ має середнє значення β. Якщо толерантна область будується таким чином, що, $S(x) = (-\infty, \tau(x))$ або $S(x) = (\tau(x), \infty)$, то $\tau(x)$ називається, відповідно, нижньою β-очікуваною толерантною границею [4].

Надалі буде розглядатися тільки нижня β-очікувана толерантна границя. Якщо в якості нижньої і верхньої толерантних границь вибрати деякі значення $\tau_н(x)$ й $\tau_в(x)$, то по визначенню можна записати

$$E_x(S(x)) = E_x\{F_Y(\tau_в(x)) - F_Y(\tau_н(x))\} = \beta \tag{2}$$

для всіх значень параметра функції розподілу θ. Тоді для нижньої β-очікуваної толерантної границі справедлива рівність

$$E_x\{1 - F_Y(\tau(x))\} = \beta \tag{3}$$

для всіх $\theta \in \Omega$.

Рівність означає, що математичне очікування частки спостережень випадкової величини Y, що належать інтервалу $(\tau(x), \infty)$, дорівнює β. Отже, математичне очікування частки спостережень, що не перевищують значення $\tau(x)$, дорівнює $1 - \beta = p$.

Для цього випадку можна записати, що

$$E_x\{F_Y(\tau(x))\} = 1 - \beta = p \tag{4}$$

для всіх $\theta \in \Omega$.

Рівність (4) представимо в такий спосіб:

$$E_x\{F_Y(\tau(x))\} = p\{Y < \tau(x)\} = p \tag{5}$$

для всіх $\theta \in \Omega$.

Позначимо через $\tau(x)$ деяку статистику, тобто деяку випадкову величину, що є функцією вектора спостережень і має відповідні властивості.

Статистика $\tau(x)$ називається незалежною від параметра толерантною β-границею для випадкової величини Y по випадковому вектору $x = x_1,..., x_n$, якщо

$$P(Y < \tau(x)) = p \tag{6}$$

для всіх значень $\theta \in \Omega$.

Вираз (6) варто розуміти так, що ймовірність того, що випадкова величина Y прийме значення, менше деякої статистики $\tau(x)$, дорівнює p при будь-якому значенні параметра функції розподілу. Нагадаємо, що тут і далі розглядається нижня толерантна p-границя.

Розглянемо статистичну інтерпретацію нижньої толерантної p-границі. Нехай по вектору спостережень $x = x_1,..., x_n$ побудовано толерантну p-границю $\tau(x)$ для випадкової величини Y. Нехай отримані реалізації випадкової величини $Y = Y_1,..., Y_m$.Введемо випадкову величину z таку, що

$$z = \begin{cases} 0, якщо Y_i \geq \tau(x) \\ 1, якщо Y_i < \tau(x)(i = 1,..., m) \end{cases} \tag{7}$$

Тоді виконання рівності (6) гарантує, що при m

$$E(z) = p \tag{8}$$

де E –символ математичного очікування.

Це означає, що при великому m відношення математичного очікування числа випадків, коли $Y_i < \tau(x)$, то m буде прагнути до p.

Значення нижньої толерантної p-границі будемо знаходити, використовуючи поняття центральної статистики [4-6]. Існування такої функції дозволяє досить просто знаходити толерантні границі. Запропонований підхід є досить загальним, тому що для безперервних функцій розподілу $P(x,\theta)$ центральні статистики існують завжди [5].

Сутність математичної задачі знаходження структури толерантних границь при використанні центральної статистики зрозуміла – необхідно знайти функцію $g(x,Y)$ від вектора спостережень $x = x_1,..., x_n$ і випадкової величини

Y, розподіл якої не залежить від параметра θ функції розподілу Y і x_i.

Використовуючи розподіл функції $g(x,Y)$, визначаємо квантиль q рівня p таку, що ймовірність того, що випадкова величина $g(x,Y)$ буде менше знайденої квантилі, дорівнює p, тобто

$$P = (g(x,Y) < q = p \tag{9}$$

Нерівність $g(x,Y) < q$ буде використана при побудові толерантної границі для випадкової величини Y по вектору спостережень $x = x_1,..., x_n$.

Широкі можливості для побудови центральних статистик виникають в тому випадку, коли доводиться мати справу з функціями розподілу, що характеризуються параметрами зсуву та масштабу виду

$$F\left(\frac{x-\theta_0}{\theta_1}\right) \tag{10}$$

де θ_0 – параметр зсуву (положення),

θ_1 – параметр масштабу.

Випадкова величина, що має функцію розподілу з параметрами зсуву та масштабу, представляється через стандартну випадкову величину в такий спосіб [5]:

$$\begin{aligned} x &= \theta_0 + \theta_1 E\{\dot{x}\}, \\ \sigma\{x\} &= \theta_1 \sigma\{\dot{x}\}. \end{aligned} \tag{11}$$

де $\dot{x}$ – випадкова величина, зі стандартним розподілом (шаблоном), тобто розподілом, для якого значення θ_0 і θ_1 фіксовані.

При зміні θ_0 функція розподілу $\dot{x}$ зсувається по осі, при зміні θ_1 – змінюється форма кривої. Параметри θ_0 і θ_1 тісно пов'язані з математичним очікуванням і стандартним відхиленням випадкової величини $\dot{x}$.

Результати

Значне число статистичних завдань, що виникають при оцінці безвідмовності за результатами напрацювання зразків засобів наземного забезпечення польотів формується в рамках наступної схеми.

Нехай у результаті випробувань n зразків засобів наземного забезпечення польотів отриманий вектор спостережень часу до відмови $x = x_1,..., x_n$. Функція розподілу тривалості безвідмовної роботи $F(x,\theta)$ відома з точністю до параметра розподілу θ. Результати спостережень передбачаються незалежними. Необхідно за наявними спостереженнями $x = x_1,..., x_n$ визначити час роботи зразків засобів наземного забезпечення польотів, що перебувають в експлуатації, протягом якого ймовірність відмови буде дорівнювати заданому значенню p.

Вважаємо, що в експлуатації перебувають m аналогічних зразків засобів наземного забезпечення польотів, функція розподілу напрацювання яких збігається $F(x,\theta)$. Потрібно визначити тривалість роботи зразків, що перебувають в експлуатації, протягом якого ймовірність появи k відмов не буде перевищувати заданого значення p. Таким чином, у цьому випадку ми враховуємо число зразків засобів наземного забезпечення польотів, що перебувають в експлуатації.

Для вирішення поставлених завдань пропонується використати теорію незалежних від параметра толерантних p-границь.

По визначенню для нижньої толерантної p-границі справедлива рівність

$$p(Y < \tau(x)) = p \tag{12}$$

Якщо через Y позначити випадковий наробіток зразка, що перебуває в експлуатації, то $\tau(x)$ буде являти собою час роботи, протягом якого ймовірність відмови буде дорівнювати p.

Якщо відомо число m зразків, що перебувають в експлуатації, то рівність (12) у цьому випадку набере вигляду

$$p(Y(k) < \tau(x)) = p \tag{13}$$

де $Y(k)$–наробіток k-го виробу з m, що знаходяться в експлуатації.

Новизна запропонованого підходу полягає в наступному. У силу властивості (5) одержуємо незміщену оцінку для наробітку, протягом якої ймовірність відмови буде дорівнює p.

Можливість використання теорії p-границь для оцінювання при малій вибірці з'являється внаслідок того, що толерантні границі є інтервальними оцінками. Тому ширина інтервалу є випадковою і буде залежати від числа спостережень, причому, при будь-якому числі спостережень гарантується виконання рівності (12) або (13), що завжди потрібно на практиці.

Аналіз надійності засобів наземного забезпечення польотів показує, що однієї із широко використовуваних функцій розподілу напрацювання між відмовами є функція Вейбула:

$$F(x) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\beta}\right) \tag{14}$$

де β – параметр форми;

θ – ресурсна характеристика.

Використовуючи перетворення $Y = \ln x$, переходимо від випадкової величини x, що має розподіл Вейбула до випадкової величини Y з функцією розподілу

$$F_Y(y) = 1 - \exp(-\exp\frac{y-\theta_0}{\theta_1}) \qquad (15)$$

де $\ln\theta = \theta_0$ – параметр зсуву;

$\frac{1}{\beta} = \theta_1$ – параметр масштабу.

Функція розподілу $F(y)$ відноситься до класу розподілу з параметрами зсуву та масштабу і є першим граничним розподілом (для мінімуму). Частіше цей розподіл називають подвійним експонентним [7-9]. Цей перехід дозволяє будувати толерантні p-границі для випадкових величин з розподілом Вейбула.

Нехай на n зразках засобів наземного забезпечення польотів отриманий вектор спостережень наробітків до відмови $x = x_1,...,x_n$ Відомо, що в експлуатації перебуває m аналогічних зразків. Потрібно визначити час безвідмовної роботи, протягом якого з імовірністю p з'явиться k зразків, що відмовили, з m зразків, наявних в експлуатації. Нехай випадкова величина Y являє собою наробіток зразків засобів наземного забезпечення польотів, що перебувають в експлуатації. Тоді можна запропонувати центральну статистику виду

$$G = \frac{Y(k_m) - \hat{\theta}_0}{\hat{\theta}_1} \qquad (16)$$

де $Y(k_m)$ – наробіток зразків засобів наземного забезпечення польотів до появи k-ї відмови;

θ_0, θ_1 – оцінка параметра зсуву та масштабу, отримані за результатами випробувань.

Звідси знаходимо толерантну границю для $Y(k_m)$, протягом якої ймовірність появи k відмов з m зразків, що перебувають в експлуатації, не буде перевищувати p

$$\tau(x) = \hat{\theta}_0 + \hat{\theta}_1 g(p) \qquad (17)$$

де $g(p)$ – функції розподілу випадкової величини G.

Якщо число зразків, що перебувають в експлуатації невідомо, то в цьому випадку центральна випадкова величина має вигляд

$$Q = \frac{Y - \theta_0}{\theta_1} \qquad (18)$$

де Y – наробіток зразків в експлуатації.

За наявними спостереженнями $x = x_1,...,x_n$ визначаємо значення наробітку, протягом якої ймовірність відмови зразків в експлуатації буде не більше p

$$\tau(x) = \hat{\theta}_0 + \hat{\theta}_1 g(p) \qquad (19)$$

де $g(p)$ – квантиль рівня p функції розподілу випадкової величини T.

Для розподілу Вейбула толерантні границі будуть представлені виразом:

$$\tau(x) = \exp\left\{\hat{\theta}_0 + \hat{\theta}_1 g(p)\right\} \qquad (20)$$

Для оцінки показників безвідмовності засобів наземного забезпечення польотів при розподілі Вейбула необхідно:

1. Перевірити гіпотезу про належність наявних спостережень x_n наробітків до відмови засобів засобів наземного забезпечення польотів, що перебувають в експлуатації,до сукупності з вейбуловським розподілом.

2. Оцінити параметри θ_0 й θ_1.

У випадку розподілу Вейбула застосування традиційних методів статистичних висновків затруднено. Нехай $x_1, x_2,..., x_k,..., x_{n_i}$ – порядкові статистики наробітків до відмови, описувані двопараметричним розподілом Вейбула. Перетворенням $T_i = \ln x_i$ при $i = 1,...,n$ переходимо до даних з функцією розподілу з параметрами зсуву та масштабу. Тоді параметри θ_0 й θ_1 оцінюються за виразами:

$$\theta_0 = \sum A_i \cdot T_i$$
$$\theta_1 = \sum C_i \cdot T_i \qquad (22)$$

де A_i й C_i – лінійні множники для відповідних значень r і n. Такі оцінки є екваріантними та називаються найкращими лінійними інваріантними оцінками (НЛІО).

Значення вагових множників A_i і C_i наведені в [4].

3. Оцінити тривалість безвідмовної роботи зразка, імовірність відмови, протягом якого задана, і дорівнює p.

Оцінка визначається за виразом

$$\tau(x) = \exp(\theta_0 + \theta_1 \cdot g(p)) \qquad (23)$$

де θ_0, θ_1 – оцінки параметрів зсуву та масштабу, а $g(p)$ – квантиль рівня p функції розподілу випадкової величини Y.

Висновки

Новизна запропонованого підходу полягає в можливості використання теорії толерантних границь для оцінювання при малій вибірці внаслідок того, що толерантні границі є інтервальними оцінками. При цьому ширина інтервалу є випадковою і залежить від числа спостережень, причому, при будь-якому числі спостережень гарантується виконання описаних рівностей, що завжди потрібно на практиці.

Використання запропонованої теорії дає можливість визначити показники надійності засобів неземного забезпечення польотів при малому числі відмов, а також з врахуванням кількості зразків засобів неземного забезпечення польотів, що знаходяться в експлуатації.

Список використаних джерел

1. Наказ МО України від 26.06.2017 №341 “Про затвердження Нормативів утримання засобів наземного забезпечення польотів повітряних суден та персоналу з їх експлуатації на аеродромах державної авіації України”.
2. Наказ МО України від 24.12.2015 №761 “Про затвердження Правил аеродромно-технічного забезпечення польотів повітряних суден державної авіації України”.
3. Диптан В.П. та інші. Логістичне забезпечення військових частин Повітряних Сил (частина І). – К.: НУОУ імені Івана Черняховського, 2020. – 316 с.
4. Закс Ш. Теория статистических выводов.– М.: Мир,1975. –776 с.
5. Боровков А.А. Математическая статистика. Оценка параметров. Проверка гипотез. – М.: Наука, 1984. – 472 с.
6. Ачкасов А.Є. та інші. Теорія імовірностей і математична статистика. – Харків: ХНАМГ, 2008. – 247 с.
7. Капур Д. и др. Надежность и проектирование систем. – М.: Мир, 1980. – 476 с.
8. Артюшин Л.М. Большие технические системы. Проектирование и управление. – Харьков: Факт, 1997. – 201 с.
9. Конес С.Г. Методи оцінки показників надійності складних компонентів і систем/ Конес С.Г., Хазієва Р.Т.// Сучасні проблеми науки та освіти. – 2015. – №1 (частина 1).

ASSESSMENT OF THE RELIABILITY OF GROUND FLIGHT SUPPORT USING THE THEORY OF TOLERANCE LIMITS

[1]**Valentyn Dyptan** **(Candidate of Military Sciences, Associate Professor)**
https://orcid.org/0000-0003-0286-7460
[1]**Vitalii Tiurin** **(Candidate of Military Sciences, Associate Professor)**
https://orcid.org/0000-0003-0476-7471
[1]**Petro Yablonskyi** **(Candidate of Technical Sciences, Associate Professor)**
https://orcid.org/0000-0003-2651-4299
[1]**Mykola Butenko** **(Candidate of Technical Sciences, Associate Professor)**
https://orcid.org/0000-0001-7272-5826
[2]**Volodymyr Klimchuk** **(Candidate of Technical Sciences, Associate Professor)**
https://orcid.org/0000-0002-8940-8883

[1]The National Defence University of Ukraine named after Ivan Cherniakhovskyi, Kyiv, Ukraine
[2]Kharkiv National University of the Air Force named after Ivan Kozhedub, Kharkiv, Ukraine

The article deals with the theoretical aspects of determining the reliability of means of ground support for flights using the theory of tolerance limits. During the description of the logical dependence, only the lower tolerance limit is considered, the value of which is found using the concept of central statistics. At the same time, the distribution function belongs to the class of distribution with shift and scale parameters and is the first marginal distribution (for the minimum) or a double exponential distribution.

Keywords: *means of ground support for flights, Weibull distribution, theory of tolerance limits, yield to failure.*

References

1. Order of the Ministry of Defense of Ukraine dated June 26, 2017 No. 341 “On the approval of the Standards for the maintenance of the means of ground support for aircraft flights and personnel for their operation at the airfields of the state aviation of Ukraine.”
2. Order of the Ministry of Defense of Ukraine dated 24.12.2015 No. 761 “On approval of the Rules for airfield technical support of flights of aircraft of the state aviation of Ukraine”.
3. Dyptan V.P. and other. Logistic support of military units of the Air Force (Part I). - K.: Ivan Chernyakhovsky State University, 2020. - 316 p.
4. Zaks Sh. Theory of statistical inferences.–M.: Mir, 1975. -776 p.
5. Borovkov A.A. Mathematical statistics. Evaluation of parameters. Hypothesis testing. - M.: Nauka, 1984. - 472 p.
6. Achkasov A.E. and other. Probability theory and mathematical statistics. - Kharkiv: KhNAMG, 2008. - 247 p.
7. Kapur D. et al. Reliability and design of systems. - M.: Mir, 1980. - 476 p.
8. Artyushin L.M. Large technical systems. Design and management. - Kharkiv: Fakt, 1997. - 201 p.
9. Kones S.G. Methods of assessing the reliability indicators of complex components and systems/ Kones S.G., Khazieva R.T.// Modern problems of science and education. – 2015. – No. 1 (part 1).