УДК 621.03.9

[1]**Мирошник Олег Миколайович** (д-р техн. наук, доцент)
https://orcid.org/0000-0001-8951-9498
[1]**Зобенко Наталія Вікторівна** (канд. техн. наук)
https://orcid.org/0000-0002-3870-2046
[2]**Авраменко Олександр Васильович** (д-р техн. наук)
https://orcid.org/0000-0003-1358-1185
[2]**Поліщук Василь Володимирович** (канд. військ. наук)
https://orcid.org/ 0000-0001-8990-9648

[1]*Черкаський інститут пожежної безпеки імені Героїв Чорнобиля Національного університетуцивільного захисту України, Черкаси, Україна*
[2]*Національний університет оборони України імені Івана Черняховського, Київ, Україна*

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗАХИСТУ ОСОБОВОГО СКЛАДУ ВІД ДІЇ ОТРУЙНИХ РЕЧОВИН РІЗНОГО ПОХОДЖЕННЯ ЗА РАХУНОК НАГНІТАННЯ ПОВІТРЯ І РУХУ ПОВІТРЯНОГО ПОТОКУ В ЛОКАЛЬНОМУ ОБ'ЄМІ

У даній статті розроблено математичну модель захисту особового складу від дії отруйних речовин різного походження за рахунок нагнітання повітря і руху повітряного потоку в локальному об'ємі, яка є системою рівнянь, де перша залежність описує потенціал простого шару повітряного потоку, утвореного в процесі нагнітання повітря в локальний об'єм, друга – показує, що продуктивність фільтровентиляційної установки має дорівнювати величині потенціалу або перевищувати її, третя – описує кількість особового складу, яких можна розмістити в тимчасовому опорному пункті.

Ключові слова:*цивільний захист; підпір повітря; тимчасові опорні пункт; крайові задачі математичної фізики; неортогональні функції.*

Вступ

Ще за умов мирного часу доступність хімічних реагентів, відповідних матеріалів і устаткування, їх відносна дешевизна, безперервний пошук спрямованих методів синтезу сполук нових структурних типів, що виявляють на молекулярному рівні специфічну фізіологічну або біологічну активність, можливість використання для цього цивільних технологій та технології "подвійного призначення" робили вельми привабливими отримання високотоксичних хімічних препаратів з подальшим їх напрацюванням і використанням у терористичних актах або в збройних конфліктах будь-якого масштабу. На відміну від хімічної зброї розроблення цих засобів практично не контролюється.

За рейтингом, складеним міжнародними експертами, за індексом тероризму, наприклад, за 2018–2019 рр. Україна посідала 21-ше місце серед 163 країн світу. До початку російсько-української війни велика частина терористичних актів в Україні була складовою частиною гібридної війни, яку вже вісім років росія веде проти України.

З початку відкритого вторгнення збройних сил російської федерації на територію нашої держави, та появленням, згодом, у засобах масової інформації відомостей про нібито "наявність в Україні таємних лабораторій із вироблення хімічної та бактеріологічної зброї" стало зрозумілим про можливість застосування ворогом хімічної та бактеріологічної зброї проти мирного населення із подальшим звинуваченням у таких діях Україну. Враховуючи високу ймовірність дії такого сценарію подальших подій, потрібно розглядати всі можливості щодо організації захисту населення від дії шкідливих людському організмові хімічних речовин.

Тому мінімізація наслідків надзвичайних ситуацій терористичного і техногенного характеру шляхом створення тимчасових опорних пунктів рятувальних підрозділів є питанням досить актуальним.

Ідея порятунку людей від вражаючих факторів радіоактивних і токсичних речовин, розпилених в атмосфері, полягає в укритті людей у тимчасових опорних пунктах з армійських наметів, в яких створюється підпір з чистого повітря. Питання захисту населення від впливу вражаючих факторів різного походження розглядалося у [1-3], але в основному з використанням капітальних будівель.

Методи

У даному дослідженні застосовуються наукові методи методи математичного, функціонального і системного аналізу, теорії газодинаміки [4-9].

Результати

Завдання нагнітання повітря в локальному об'ємі і рух повітряного потоку в локальному об'ємі відносяться до класу крайових задач математичної фізики, які вирішуються методом розкладання по неортогональним функціям [4]. Розглянемо послідовно ці рішення.

Нехай G– багатовимірна багатозв'язна область в

R^n, обмежена поверхнею Г. Розглянемо загальну крайову задачу

$$Lu(x) = 0, \quad x \in G, \tag{1}$$

$$lu(x)|_{\Gamma} = \psi(y), \qquad y \in G, \tag{2}$$

тоді використання методу розкладання по неортогональним функціям при рішенні крайової задачі (1), (2) полягає в наступному.

Нехай $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ – система вектор-функцій ψ_k, задовольняє наступним трьом умовам:

1) кожна функція $\psi_k(x)$ задовольняє рівняння (1);

2) для кожної функції $\psi_k(x)$на Г визначена нова функція $l\psi_k(y)$,де l– оператор, який використовується в крайовій умові (2);

3) система функцій $\{l\psi_k(y)\}_{k=1}^{\infty}$є лінійно незалежною і повною в просторі $L_2(\Gamma)$ інтегруємих в квадраті вектор-функцій на Г.

Знайдемо коефіцієнти a_k найкращого (в сенсі $L_2(\Gamma)$) розкладання функції $\psi(y)$за першим Nфункціям системи $\{l\psi_k(y)\}_{k=1}^{\infty}$

$$\psi(y) \approx \sum_{k=1}^{N} a_k^{(N)} l\psi_k(y), \tag{3}$$

Тоді

$$u^{(N)}(x) = \sum_{k=1}^{N} a_k^{(N)} \psi_k(x). \tag{4}$$

можна вважати наближеним рішенням завдання (1), (2), яке при $N \to \infty$ прагне до точного рішення u за умови коректності цієї задачі.

У разі некоректних крайових задач використовують наближення для вирішення цієї задачі.

Нехай є деяке інтегральне представлення рішення задачі (1), (2):

$$u(x) = \int_{\Gamma} \psi(y) H(x,y) dS_y + F_1(x), \tag{5}$$

де $H(x,y) = [H_1(x,y), \ldots, H_m(x,y)]$ – ядро (функція Гріна, Неймана, Кельвіна і інші [5]) задовольняє нерівності:

$$\int_{\Gamma} [H_i(x,y)]^2 \, dS_y < \infty \tag{6}$$

Для будь-якої точки $x \in G$, $F_1(x)$ – відома функція. З огляду на те, що наближений розв'язок (4) задовольняє крайовій задачі

$$Lu^{(N)}(x) = 0, \qquad x \in G,$$
$$lu^{(N)}(x)|_{\Gamma} = \sum_{k=1}^{N} a_k^{(N)} l\psi_k(y),$$

то, застосувавши для нього інтегральне представлення (5), отримуємо:

$$u^{(N)}(x) = \int_{\Gamma} \sum_{k=1}^{N} a_k^{(N)} l\psi_k(y) H(x,y) dS_y + F_2 \tag{7}$$

Віднімаючи останню рівність з (5), отримуємо

$$|u(x) - u^{(N)}(x)| \le \left|\int_{\Gamma} [\psi(y) - \right.$$
$$\left. - \sum_{k=1}^{N} a_k^{(N)} l\psi_k(y)](x,y) dS_y\right| + |F_1 - F_2| \tag{8}$$

Застосовуючи до першого доданку в правій частині (8) нерівність Коші–Буняковського[6], отримаємо, що точне рішення $u(x)$задачі (1)–(2) відрізняється від наближеного рішення $u^{(N)}(x)$на $|F_1 - F_2|$, що є природним для відповідних крайових задач, і на член, що прямує до нуля при $N \to \infty$.

Отже, основні труднощі вирішення задачі полягають у виборі системи функцій $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$, які задовольняють умови 1–3.

Нехай умову повноти в $L_2(\Gamma)$ можна замінити повнотою системи функцій $\{l\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$в підпросторі $\overline{L2(\Gamma)}$ простору $L_2(\Gamma)$, елементи якого забезпечують хоч одне рішення задачі (1)-(2).

У разі завдання Неймана для рівняння Лапласа $L_2(\Gamma)$ збігається з ортогональним доповненням постійної до $L_2(\Gamma)$[7], що природно для цієї задачі, так як для розв'язання задачі (1) - (2) в цьому випадку необхідно і достатньо виконання умови $\int_{\Gamma} \psi(y) dS_y = 0$.

Для задачі Діріхле$\overline{L2(\Gamma)}$ співпадає з $L_2(\Gamma)$, в цьому випадку рішення існує для довільної функції $\psi(y) \in L_2(\Gamma)$[8],тому в подальшому будемо припускати повноту в $\overline{L2(\Gamma)}$.

Перерахованим вище умовам задовольняє певним чином побудована система фундаментальних рішень рівняння (1).

Розглянемо в області $R^n \backslash G$замкнуту поверхню Γ_1, що цілком охоплює Γ і не має з нею спільних точок, причому якщо G– багатозв'язна, так якщо Γ складається з окремих замкнутих поверхонь (рис. 1), то і Γ_1складається з такого ж числа замкнутих поверхонь (показані штриховою лінією).

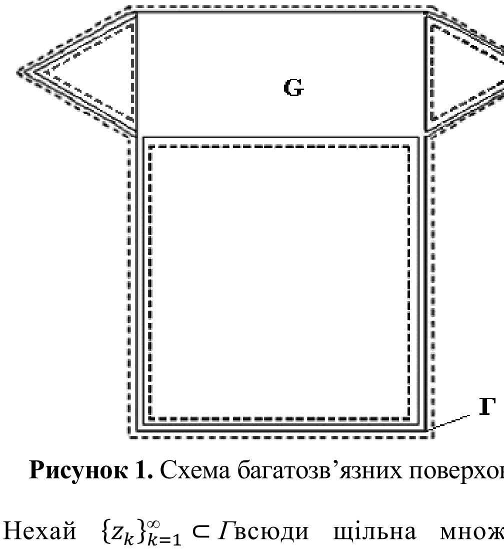

Рисунок 1. Схема багатозв'язних поверхонь

Нехай $\{z_k\}_{k=1}^{\infty} \subset \Gamma$всюди щільна множина точок, тобто скільки завгодно малий участок поверхні Γ, містить, принаймні, одну точку множини $\{z_k\}_{k=1}^{\infty}$.

Візьмемо матрицю фундаментальних рішень $H(z_k, y)$рівняння (1), що відповідає цим точкам z_k, і розглянемо систему вектор-функцій

$$\{lH_i(z_k, y\} = \{l\psi_{k,i}(y)\}. \tag{9}$$

Покажемо, що при певних умовах система (9) заповнена.

Нехай розв'язок крайової задачі (1) – (2) можна продовжити на область G_1, що обмежена поверхнею Γ_1, так що він буде задовольняти крайовій задачі

$$\overline{Lu}(x) = 0, \quad x \in G_1, \tag{10}$$

$$\overline{u}(x)|_{\Gamma_1} = \overline{\psi}(z),$$

де $\overline{\psi}(z)$ – довільна обмежена функція, що забезпечує існування рішення крайової задачі (10).

Припустимо, що рішення задачі (10) задовольняє на Г умову

$$\|\tilde{\psi}(y) - \psi(y)\|_{L_2(\Gamma)} = \\ = \sum_{i=1}^{m} \|\tilde{\psi}^{(i)}(y) - \psi^{(i)}(y)\|_{L_2(\Gamma)} < \varepsilon, \tag{11}$$

де $\tilde{\psi}(y) = l\tilde{u}(x)|_{\Gamma}, \varepsilon > 0$скільки завгодно мале, і це рішення можна подати у вигляді "потенціалу простого шару" [9]

$$\tilde{u}(x) = \int_{\Gamma} H(z,x)\hat{\psi}(z)dS_z, \tag{12}$$

де $\hat{\psi}(z)$ – "щільність простого шару";

$H(z,x)$ – ядро (матриця) інтегрального представлення.

Для того, щоб систему (9) можна було застосувати для рішення крайової задачі (1)–(2), достатньо довести, що вона дає можливість як завгодно прийнятної апроксимації крайової функції $\psi(y)$.

Розглянемо функцію (12) на поверхні Γ. Застосувавши до неї оператор l, отримаємо

$$\tilde{\psi}(y) = \int_{\Gamma_1} [lH(z,x)]\hat{\psi}(z)dS_z. \tag{13}$$

У розгорнутому вигляді це рівність набуває вигляду:

$$\tilde{\psi}^{(1)}(y) = \int_{\Gamma_1} \big[l_1 H_{11}(z,y)\hat{\psi}_1(z) + l_2 H_{12}(z,y)\hat{\psi}_2(z) + \cdots + l_m H_{1m}(z,y)\hat{\psi}_m(z)\big] dS_z$$

$$\tilde{\psi}^{(2)}(y) = \int_{\Gamma_1} \big[l_1 H_{21}(z,y)\hat{\psi}_1(z) + l_2 H_{22}(z,y)\hat{\psi}_2(z) + \cdots + l_m H_{2m}(z,y)\hat{\psi}_m(z)\big] dS_z,$$

……………………………………………………

$$\tilde{\psi}^{(m)}(y) = \int_{\Gamma_1} \big[l_1 H_{m1}(z,y)\hat{\psi}_1(z) + l_2 H_{2m}(z,y)\hat{\psi}_2(z) + \cdots + l_m H_{mm}(z,y)\hat{\psi}_m(z)\big] dS_z.$$

де $H_{i,j}(x,y)$– елементи матриці $H(x,y)$.

Покажемо, що для будь-якого$\varepsilon > 0$ знайдеться таке N_0 и така система коефіцієнтів $b_{ki}^{(N)}(k = 1,2,\ldots,N)$, що при $N \geq N_0$виконується нерівність:

$$\Big\|\psi(y) - \sum_{k=1}^{N}\sum_{i=1}^{m} b_{ki}^{(N)} lH_i(z_k,y)\Big\|_{L_2(\Gamma)} \leq \varepsilon. \tag{14}$$

Дійсно

$$\left\|\psi(y) - \sum_{k=1}^{N}\sum_{i=1}^{m} b_{ki}^{(N)} lH_i(z_k,y)\right\|_{L_2(\Gamma)} \leq \\ \leq \|\psi(y) - \tilde{\psi}(y)|_{L_2(\Gamma)} + \|_{L_2(\Gamma)} \leq \\ \leq \Big\|\tilde{\psi}(y) - \sum_{k=1}^{N}\sum_{i=1}^{m} b_{ki}^{(N)} lH_i(z_k,y)\Big\|_{L_2(\Gamma)} \leq \tag{15}$$

$$\leq \varepsilon_1 + \sum_{i=1}^{m} \left\|\tilde{\psi}^i(y) - \sum_{k=1}^{N}\sum_{i=1}^{m} b_{ki}^{(N)} l_j H_{ij}(z_k,y)\right\|$$

де ε_1 скільки завгодно мало. Останній доданок в правій частині можна оцінити таким чином. Замінимо інтеграл (13) будь-якою кубатурною формулою з вузлами в точках z_k:

$$\tilde{\psi}^{(i)}(y) = \sum_{k=1}^{N}\sum_{i=1}^{m} A_k l_i H_{ji}(z_k,y)\tilde{\psi}_i(z_k) + E_N^{(i)}(y),$$

де A_k – коефіцієнти кубатурної формули, а $E_N^{(i)}$ – її кінцевий член. Будемо припускати, що число вузлів N таке велике, що нерівність:

$$\big|E_N^{(i)}(y)\big| < \varepsilon_2 \tag{16}$$

виконується для будь-якого $y \in \Gamma$ і $i = 1,2,\ldots,m, \varepsilon_2$ довільно мале. Тоді з урахуванням (11) і (16) із нерівності (15) отримуємо оцінку

$$\|\psi(y) - \sum_{k=1}^{N}\sum_{i=1}^{m} b_{ki} lH_i(z_k,y)\| \leq \varepsilon_1 + \sqrt{|\Gamma|}\varepsilon_2 m, \tag{17}$$

де

$$b_{ki} = A_k\hat{\psi}_i(z_k), \tag{18}$$

$|\Gamma|$ – площа поверхні Γ. Приймаємо для ε_1 і ε_2 значення

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon}{2}, \qquad \varepsilon_2 = \frac{\varepsilon}{2\sqrt{|\Gamma|}m},$$

із (17) безпосередньо отримаємо шукану нерівність (14).

Отже, якщо існує рівномірно обмежена на Γ_1функція $\overline{\psi}(z)$, яка забезпечує для вирішення крайової задачі (10) виконання нерівності (11) і рішення цієї крайової задачі представимо у вигляді "потенціалу простого шару" (12), то функцію$\psi(y)$ можна розкласти по системі (9) з високою точністю, при цьому коефіцієнти розкладання знаходяться з (18). Іншими словами, рішення задачі нагнітання повітря і руху повітряного потоку в локальному об'ємі описується наступною системою рівнянь:

$$\begin{cases} \tilde{u}(x) = \int_{\Gamma} H(z,x)\hat{\psi}(z)dS_z, \\ \|\psi(y) - \sum_{k=1}^{N}\sum_{i=1}^{m} b_{ki} lH_i(z_k,y)\| \leq \varepsilon_1 + \sqrt{|\Gamma|}\varepsilon_2 m, \\ b_{ki} = A_k\hat{\psi}_i(z_k), \quad \varepsilon_1 = \frac{\varepsilon}{2}, \quad \varepsilon_2 = \frac{\varepsilon}{2\sqrt{|\Gamma|}m}. \end{cases} \tag{19}$$

Вирішивши теоретичну задачу нагнітання повітря в обмежений об'єм і створивши там підпір, що перешкоджає проникненню всередину намету небезпечних речовин, розпилених у повітрі, необхідно виконати технічне рішення. Воно полягає у підключенні фільтровентиляційної установки, що забезпечує очищення повітря від небезпечних домішок, і нагнітанні його в локальний об'єм намету – тимчасового опорного пункту рятувального підрозділу. Головна технічна характеристика фільтровентиляційної установки – це її продуктивність, яка позначається як$W_{ФВУ}$. Це продуктивність повинна бути рівною або перевищувати величину потенціалу простої кулі, тобто повинна дотримуватися нерівність

$$W_{ФВУ} \geq \tilde{u}(x) \tag{20}$$

Наступне питання, яке необхідно вирішити – це яке можливу кількість людей можна вкрити в тимчасовому опорному пункті рятувального підрозділу. Цей показник – *Л* визначається двома факторами.

Перший – об'ємом тимчасового опорного пункту рятувального підрозділу V, який в свою чергу залежить від довжини a, ширини b і висоти h намету.

Другий – це показник норм $P_{нор}$, який визначається мінімальною площею $S_{нор}$і об'ємом $V_{нор}$необхідними для розміщення однієї людини. Тоді можлива кількість людей, яких можна вкрити в тимчасовому опорному пункті рятувального підрозділу визначатиметься залежністю

$$Л = f\left[V(a,b,l), P_{нор}\left(V_{нор}, S_{нор}\right)\right]. \tag{21}$$

Тепер, при об'єднанні в одну систему залежності (19), (20) і (21) отримаємо шукану математичну модель

$$\begin{cases} \tilde{u}(x) = \int_{\Gamma} H(z,x)\hat{\psi}(z)dS_z, \\ \left\| \psi(y) - \sum_{k=1}^{N}\sum_{i=1}^{m} b_{ki}lH_i(z_k,y) \right\| \leq \varepsilon_1 + \sqrt{|\Gamma|}\varepsilon_2 m, \\ b_{ki} = A_k\hat{\psi}_i(z_k), \quad \varepsilon_1 = \dfrac{\varepsilon}{2}, \quad \varepsilon_2 = \dfrac{\varepsilon}{2\sqrt{|\Gamma|}m} \\ W_{ФВУ} \geq \tilde{u}(x) \\ Л = f\left[V(a,b,l), P_{нор}\left(V_{нор}, S_{нор}\right)\right] \end{cases} \tag{22}$$

де $\tilde{u}(x)$ – потенціал повітряного потоку, "потенціал простого шару";

$\hat{\psi}(z)$–"щільність простого шару";

$H(z,x)$ – ядро (матриця) інтегрального представлення.

b_{ki} – коефіцієнти розкладання;

A_k – коефіцієнти кубатурної формули (площі поверхні);

$\hat{\psi}_i(z_k)$ – апроксимація крайової функції;

ε,ε_1 і ε_2 – нескінченно малі;

$k = 1,2,\ldots,N$ – система коефіцієнтів;

$i = 1,2,\ldots,m$ – послідовність натуральних чисел;

$|Г|$ – модуль скільки завгодно малого частка поверхні Г;

$W_{ФВУ}$ – продуктивність фільтровентиляційної установки;

Л – кількість людей у тимчасовому опорному пункті;

V – об'єм тимчасового опорного пункту;

a, b, h –довжина, ширина і висота тимчасового опорного пункту;

$P_{нор}$ – показник норм на одну людину;

$S_{нор}$, $V_{нор}$– мінімальна площа і об'єм для розміщення однієї людини;

Висновки

Таким чином, розроблена математична модель захисту людей, шляхом створення тимчасових опорних пунктів рятувальних підрозділів, є системою рівнянь, у якій перша залежність описує потенціал простої кулі повітряного потоку, утвореного в процесі нагнітання повітря в локальний об'єм, друга показує, що продуктивність фільтровентиляційної установки повинна дорівнювати величині потенціалу або перевищувати її, третя – описує кількість людей, яких можна розмістити в тимчасовому опорному пункті.

У подальших роботах планується розроблення методики мінімізації наслідків надзвичайних ситуацій терористичного і техногенного характеру шляхом створення тимчасових опорних пунктів рятувальних підрозділів.

Список використаних джерел

1. Захист населення і територій від надзвичайних ситуацій. Том 6. Захисні споруди цивільного захисту (цивільної оборони) /За загальною редакцією В.В. Могильниченка - К.: КІМ, 2010 р.- 330-355 с., 373-377 с.
2. Основи цивільного захисту: Навч. посібник / В.О. Васійчук, В.Є Гончарук, С.І. Качан, С.М. Мохняк.- Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2010. – 190 с.
3. Стеблюк М.І. Цивільна оборона та цивільний захист: Підручник. – 3-ге вид., стереотипне – К.: Знання, 2013 р – 333-344 с., 346-352 с.
4. Марчук Г.И., Агошков В.И. Введение в проекционно-сеточные методы. – М.: Наука, 1981, 416 с.
5. Методичні вказівки та варіанти типово-розрахункових робіт "Рівняння математичної фізики". Метод функції Гріна / Уклад.: Г.В. Журавська, Н.В. Рева– К.: НТУУ "КПІ", 2014. – 84 с.
6. Копцюх М.Г., Савич Є.Ф. Доведення нерівностей. – Київ.: Радянська школа, 1982.
7. Задача Неймана для рівняння Лапласа в зрізаному порожнинному еліпсоїді / В.І. Скрипка // Доповіді Національної академії наук України. – 2013. – № 6. – С. 23–28.
8. М. М. Смирнов. Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка. – Москва: Наука, 1964.
9. Osipchuk, M. M., and N. I. Portenko. "On Simple-Layer Potentials for One Class of Pseudodifferential Equations". Ukrains'kyi Matematychnyi Zhurnal, Vol. 67, no. 11, Nov. 2015, pp. 1512-24, http://umj.imath.kiev.ua/index.php/umj/article/view/2086.

MATHEMATICAL MODEL OF PROTECTION OF PERSONAL COMPOSITION AGAINST THE EFFECTS OF POISONOUS SUBSTANCES OF DIFFERENT ORIGIN DUE TO AIR INJECTION AND AIR FLOW MOVEMENT IN A LOCAL VOLUME

[1]**Oleh Myroshnyk** **(Doctor of Technical Sciences, Associate Professor)**
https://orcid.org/0000-0001-8951-9498
[1]**Nataliia Zobenko** **(Candidate Of Technical Sciences)**
https://orcid.org/0000-0002-3870-2046
[2]**Oleksandr Avramenko** **(Doctor Of Technical Sciences)**
https://orcid.org/0000-0003-1358-1185
[2]**Vasyl Polishchuk** **(Candidate Of Military Sciences)**
https://orcid.org/ 0000-0001-8990-9648

[1]The Cherkasy Institute of Fire Safety named after Chornobyl Heroes of National University of Civil Defence of Ukraine, Cherkasy, Ukraine
[2]The National Defence University of Ukraine named after Ivan Cherniakhovskyi, Kyiv, Ukraine

In this article, a mathematical model of the protection of personnel from the action of poisonous substances of various origins due to air injection and air flow movement in a local volume is developed, which is a system of equations, where the first dependence describes the potential of a simple layer of air flow formed in the process of air injection in the local volume, the second - shows that the performance of the filter ventilation installation should be equal to the potential value or exceed it, the third - describes the number of personnel that can be placed in the temporary reference point.

Keywords: *civil protection; air support; temporary support point; boundary problems of mathematical physics; non-orthogonal functions.*

References

1. Zahist naselennya I teritorIy vId nadzvichaynih situatsIy. Tom 6. ZahisnI sporudi tsivIlnogo zahistu (tsivIlnoYi oboroni) /Za zagalnoyu redaktsIEyu V.V. Mogilnichenka - K.: KIM, 2010 r.- 330-355 s., 373-377 s.
2. Osnovi tsivIlnogo zahistu: Navch. posIbnik / V.O. VasIychuk, V.E Goncharuk, S.I. Kachan, S.M. Mohnyak.- LvIv: Vidavnitstvo NatsIonalnogo unIversitetu “LvIvska polItehnIka”, 2010. – 190 s.
3. Steblyuk M.I. TsivIlna oborona ta tsivIlniy zahist: PIdruchnik. – 3-ge vid., stereotipne – K.: Znannya, 2013 r – 333-344 s., 346-352 s.
4. Marchuk G.I., Agoshkov V.I. Vvedenie v proektsionno-setochnyie metodyi. – M.: Nauka, 1981, 416 s.
5. MetodichnI vkazIvki ta varIanti tipovo-rozrahunkovih robIt “RIvnyannya matematichnoYi fIziki”. Metod funktsIYi GrIna / Uklad.: G.V. Zhuravska, N.V.Reva K.: NTUU“KPI”, 2014. – 84 s.
6. Koptsyuh M.G., Savich E.F. Dovedennya nerIvnostey. – KiYiv.: Radyanska shkola, 1982.
7. Zadacha Neymana dlya rIvnyannya Laplasa v zrIzanomu porozhninnomu elIpsoYidI / V.I. Skripka // Dopovidi NatsionalnoYi akademiYi nauk UkraYini. – 2013. – № 6. – S. 23–28.
8. M. M. Smirnov. Differentsialnyie uravneniya v chastnyih proizvodnyih vtorogo poryadka. – Moskva: Nauka, 1964.
9. Osipchuk, M. M., and N. I. Portenko. “On Simple-Layer Potentials for One Class of Pseudodifferential Equations”. Ukrains’kyi Matematychnyi Zhurnal, Vol. 67, no. 11, Nov. 2015, pp. 1512-24, http://umj.imath.kiev.ua/index.php/umj/article/view/2086.