

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ВЗАЄМОДІЇ ПІД ЧАС ЗАСТОСУВАННЯ ВІЙСЬКОВИХ ЧАСТИН ТА ПІДРОЗДІЛІВ ПОВІТРЯНИХ СИЛ, СУХОПУТНИХ ВІЙСЬК, ВІЙСЬКОВО-МОРСЬКИХ СИЛ, ДЕСАНТНО-ШТУРМОВИХ ВІЙСЬК ТА ІНШИХ ВІЙСЬКОВИХ ФОРМУВАНЬ

Резнік Дмитро Вікторович (кандидат військових наук)

<https://orcid.org/0000-0003-3980-923X>

Мельниченко Василь Семенович (кандидат військових наук, доцент)

<https://orcid.org/0000-0002-0598-9765>

Шкурат Богдан Жоржович

<https://orcid.org/0000-0002-3654-0506>

¹*Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського, Київ,
Україна*

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВЗАЄМОДІЇ НАЗЕМНИХ ТА ПОВІТРЯНИХ ВОГНЕВИХ ЗАСОБІВ ПІД ЧАС ПРОТИДІЇ ЗАГРОЗАМ З ПОВІТРЯ

В статті запропоновано математичну модель, яка враховує факторів ризику між угрупованнями наземних та повітряних вогневих засобів вплив на сукупний результат протидії загрозам з повітря, в основу якої покладено використання векторного простору. Описана модель в подальшому може бути реалізована в алгоритмах, що закладені в системах імітаційного моделювання бойових дій. Через те, що в сучасних системах імітаційного моделювання бойових дій не враховується залежність кінцевого результату від способів взаємодії сил і засобів родів військ в угрупованні, виникає необхідність створення математичної моделі, яка би враховувала вплив спільних дій взаємодіючих сил та засобів на ефективність бойових дій в умовах загальної невизначеності ситуації. Тому метою статті є опис удосконаленої математичної моделі взаємодії між військовими частинами (підрозділами) наземних та повітряних вогневих засобів під час виконання завдань протиповітряної оборони для подальшого її використання в сучасних та перспективних системах імітаційного моделювання бойових дій Збройних Сил. В залежності від потрібної точності результатів, наявних обчислювальних потужностей систем імітаційного моделювання, розглянута модель може враховувати велику кількість факторів, або навпаки, може бути спрощена для отримання більш швидкого прогнозу результатів спільних дій наземних та повітряних вогневих засобів під час протидії загрозам з повітря.

Ключові слова: *взаємодія, протидія загрозам з повітря, моделювання бойових дій*

Вступ

Під час планування бойових дій угруповань військ (сил), зазвичай приділяють досить велику увагу розробці різних варіантів способів ведення бойових дій з метою подальшого вибору найкращого (або оптимального) з них за тим або іншим критерієм. При цьому, питання організації взаємодії зазвичай визначаються після затвердження загального замислу бойових дій (операції), не зважаючи на те, що ефективність здійснення взаємодії між родами військ може вагомо вплинути на загальний кінцевий результат [1]. Тому питання взаємодії мають бути включені та розіграні ще під час вироблення замислу бойових дій (операції).

Методики оцінювання ефективності взаємодії між видами (родами) військ, в тому числі під час організації протиповітряної оборони, описані ще 80-х–90-х роках минулого століття [1,4]. Вони

дозволяють якісно оцінити ефективність здійснення самої взаємодії, але мають ряд недоліків:

- не враховують впливу взаємодії на сукупний результат бойових дій;

- не враховано особливостей сучасних бойових дій, таких як появлення нових форм та способів застосування військ, широке поширення застосування безпілотних засобів повітряного нападу, високоточної зброї, зброї на нових фізичних принципах та ін;

- не повністю висвітлено вплив багаточисельних факторів як на ефективність бойових дій в цілому, так, зокрема, і на ефективність взаємодії;

- не враховуються загальні тенденції ускладнення обстановки, в тому числі повітряної та перешкодової, розширення сфери бойових дій на інші простори (космічний, інформаційний тощо).

Методи

Оскільки взаємодія відбувається не тільки в фізичному просторі та часі, але і в інформаційному просторі [2], а кожен з факторів, що виражений у вигляді певного показника, має залежність від багатьох змінних, то виникає необхідність при математичній формалізації взаємодії застосовувати функції декількох змінних, а саме вектор-функції в векторному просторі.

Враховуючи те, що кожен з показників може приймати не тільки безперервні, але й дискретні значення, в якості інструменту для математичної моделі доцільно використовувати теорію множин [3].

Виходячи з вище наведеного, удосконалення математичної моделі взаємодії з використанням зазначеного інструментарію дозволить в подальшому формалізувати взаємодію між родами військ в різних угрупованнях. Отже, метою роботи є удосконалення математичної моделі взаємодії військ на прикладі спільних дій наземних та повітряних вогневих засобів (НВЗ та ПВЗ відповідно) під час протидії загрозам з повітря для подальшої її реалізації в алгоритмах, що закладені в системах імітаційного моделювання бойових дій.

Інтереси об'єктів взаємодії визначаються прагненням до досягнення наступних основних результатів:

1) підвищення ефективності дій угруповань НВЗ та ПВЗ у бойових діях угруповання;

2) мінімізації ризику можливих втрат взаємодіючих угруповань в умовах невизначеності, в тому числі від так званого "дружнього вогню".

Найбільш важливі принципи для організації та здійснення взаємодії:

- максимізація власних цільових функцій, узгоджених із взаємодіючими силами та засобами, на основі раціонального вибору відповідних власних та спільних рішень;

- прагнення до раціонального компромісу дій і узгодженості внесків угруповань НВЗ та ПВЗ в кінцевий результат бойових дій;

- прагнення до пріоритетного вирішення завдань щодо досягнення мети угрупованням ППО в операції;

- розумне обмеження в діях при виконанні своїх завдань в умовах невизначеності ситуації або неповноти інформації про дії взаємодіючих військових частин (підрозділів);

- здійснення узгоджених дій в інтересах мінімізації ступеня і рівня ризику кожної військової частини і угруповання в цілому.

Одним з шляхів втілення цих принципів використання евристичних методів підтримки прийняття рішень командувачем, зокрема для вирішення таких завдань:

1) визначення рівня гранично допустимих втрат;

2) визначення рівня досягнення можливого граничного результату – максимально можливого (бажаного) і мінімально можливого (прийняттого) результатів прогнозованих ситуацій.

Тому при вирішенні завдання моделювання взаємодії угруповань НВЗ та ПВЗ для його спрощення доцільно прийняти ряд обмежень: кожна цільова

вектор-функція взаємодії обмежена зверху і знизу; існують ситуації, коли цільова вектор-функція взаємодіючих військових частин (підрозділів) та угруповань досягає за всіма компонентами максимального значення; і навпаки, існують ситуації, коли цільова вектор-функція досягає мінімального значення; зростання цільової вектор-функції угруповання ППО викликає

зменшення значення цільової вектор-функції повітряного противника; цільові вектор-функції взаємодії залишаються кінцевими і обмеженими за будь-яких природних та інших явищах; для позаштатних ситуацій, чисельні значення вектор-функцій взаємодії виходять за межі інтервалу штатних ситуацій і можуть (але не обов'язково) вийти за межі гранично допустимих втрат; для критичних ситуацій, вектор-функції взаємодії можуть втратити фізичний зміст і стають неприйнятними для опису процесів, що відбуваються.

Надалі приводиться математичний апарат формалізації та рішення задачі оптимізації цільових функцій військових частин (підрозділів) угруповань НВЗ та ПВЗ в умовах їх активної взаємодії.

Результати

В загальному випадку угруповання ППО, можливо представити об'єднанням двох угруповань:

$$X_{\text{ППО}} = X_{\text{НВЗ}} \cup X_{\text{ПВЗ}}$$

де $X_{\text{НВЗ}}$ – підмножина військових частин (підрозділів) НВЗ, які взаємодіють між собою, та виконують завдання (мають цілі) для досягнення спільної мети операції;

$X_{\text{ПВЗ}}$ – підмножина угруповань військових частин (підрозділів) ПВЗ, які взаємодіють між собою, та виконують завдання для досягнення спільної мети операції.

Угруповання НВЗ та ПВЗ взаємодіють між собою, завдання їх можуть відрізнятися, але не суперечать одне одному.

Кількісну характеристику цих підмножин представимо у вигляді об'єднання кінцевої кількості військових частин (підрозділів), що входять до їх складу:

$$X_{\text{НВЗ}} = \bigcup_{n_{\text{НВЗ}}=1}^{K_{\text{НВЗ}}} X_{\text{НВЗ}n_{\text{НВЗ}}}; \quad (1)$$

$$X_{\text{ПВЗ}} = \bigcup_{n_{\text{ПВЗ}}=1}^{K_{\text{ПВЗ}}} X_{\text{ПВЗ}n_{\text{ПВЗ}}};$$

де $n_{\text{НВЗ}}$ та $n_{\text{ВА}}$ – визначають місце військової частини (підрозділу) в угрупованні $X_{\text{НВЗ}}$ та $X_{\text{ВА}}$ відповідно, за певною ознакою, наприклад, за

кількістю вогневих засобів (цільових каналів).

де $i_{\text{НВЗ(ПВЗ)}}$ – порядковий номер військової частини в угрупованні НВЗ (ПВЗ) відповідно, що визначається його вкладом в досягнення мети угруповання;

$n_{\text{НВЗ}r_{\text{НВЗ}}}$, $n_{\text{ПВЗ}r_{\text{ПВЗ}}}$ – загальна кількість вогневих одиниць (цільових каналів) $r_{\text{НВЗ}}$, $r_{\text{ПВЗ}}$ військової частини угрупованні НВЗ та ПВЗ відповідно.

Якісний склад угруповань обумовлений багатьма чинниками. Серед них найважливішими є мета та завдання військових частин в угрупованні.

Вочевидь, можливості військових частин кожного угруповання розрізняються за багатьма показниками, зокрема, бойовими можливостями, а також матеріальним, кадровим та іншими ресурсами. Як наслідок, розрізняються розміри внесків військових частин у досягнення поставленого угрупованню завдання. Тому місце кожної військової частини в угрупованні доцільно впорядкувати за даним показником.

Склад військової частини кожного угруповання $X_{\text{НВЗ}r_{\text{НВЗ}}} \in X_{\text{НВЗ}}$ та $X_{\text{ПВЗ}r_{\text{ПВЗ}}} \in X_{\text{ПВЗ}}$. Тоді множини $Y_{\text{НВЗ}r_{\text{НВЗ}}i_{\text{НВЗ}}}$ та $Y_{\text{ПВЗ}r_{\text{ПВЗ}}i_{\text{ПВЗ}}}$ вогневих одиниць (цільових каналів) військових частин кожного угруповання представимо в формі

$$\begin{aligned} X_{\text{НВЗ}r_{\text{НВЗ}}} &= \langle Y_{\text{НВЗ}r_{\text{НВЗ}}i_{\text{НВЗ}}} | i_{\text{НВЗ}} = \overline{1, n_{\text{НВЗ}r_{\text{НВЗ}}}, \dots} \rangle, \\ X_{\text{ПВЗ}r_{\text{ПВЗ}}} &= \langle Y_{\text{ПВЗ}r_{\text{ПВЗ}}i_{\text{ПВЗ}}} | i_{\text{ПВЗ}} = \overline{1, n_{\text{ПВЗ}r_{\text{ПВЗ}}}, \dots} \rangle \end{aligned} \quad (2)$$

Загальна кількість вогневих одиниць (цільових каналів) $N_{0\text{НВЗ}}$ и $N_{0\text{ПВЗ}}$ військових частин в угрупованнях $X_{\text{НВЗ}}$ та $X_{\text{ПВЗ}}$ визначаються відповідно сумою:

$$\begin{aligned} N_{0\text{НВЗ}} &= \sum_{r_{\text{НВЗ}}=1}^{R_{\text{НВЗ}}} n_{\text{НВЗ}r_{\text{НВЗ}}}, \\ N_{0\text{ПВЗ}} &= \sum_{r_{\text{ПВЗ}}=1}^{R_{\text{ПВЗ}}} n_{\text{ПВЗ}r_{\text{ПВЗ}}}. \end{aligned} \quad (3)$$

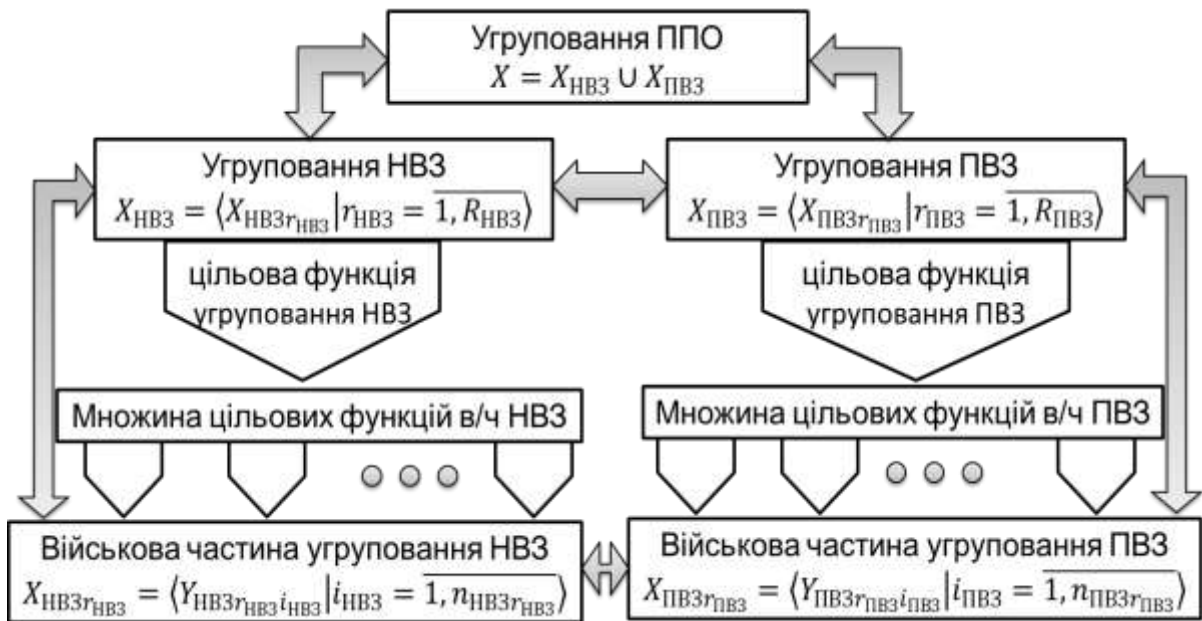


Рисунок 1. Блок-схема формалізації взаємодії НВЗ та ПВЗ в угрупованні ППО

Математичний опис завдань угруповань починається з формалізації завдань взаємодії військових частин. Кожна військова частина (підрозділ) має свою цільову вектор-функцію. Множина часткових цільових вектор-функцій усіх військових частин (підрозділів) угруповань НВЗ та ПВЗ описується у вигляді:

$$\begin{aligned} \overline{f_{\text{НВЗ}}} &= \{ \overline{f_{\text{НВЗ}r_{\text{НВЗ}}}} | r_{\text{НВЗ}} = \overline{1, R_{\text{НВЗ}}}, \dots \}, \\ \overline{f_{\text{ПВЗ}}} &= \{ \overline{f_{\text{ПВЗ}r_{\text{ПВЗ}}}} | r_{\text{ПВЗ}} = \overline{1, R_{\text{ПВЗ}}}, \dots \} \end{aligned} \quad (4)$$

де $\overline{f_{\text{НВЗ}r_{\text{НВЗ}}}}$ ($\overline{f_{\text{ПВЗ}r_{\text{ПВЗ}}}}$) – цільова вектор-функція $r_{\text{НВЗ}}$ ($r_{\text{ПВЗ}}$)-ї військової частини (підрозділу) угруповання НВЗ (ПВЗ).

Аргумент цільової вектор-функції кожної військової частини (підрозділу) угруповань НВЗ (ПВЗ) визначається двома векторами: вектором часткових рішень військової частини (підрозділу) та вектором рішень угруповання, котрий є загальним для усіх військових частин (підрозділів) даного угруповання.

Вектор \bar{x}_{r_i} часткових рішень i_r -ї військової частини (підрозділу) r -го угруповання, значення котрого i_r військова частина (підрозділ) змінює самостійно, визначається у вигляді:

$$\begin{aligned} x_{\text{НВЗ}i_{\text{НВЗ}}} &= \left\{ x_{\text{НВЗ}i_{\text{НВЗ}}}^{(j)} \mid j = \overline{1, n_{\text{НВЗ}i_{\text{НВЗ}}}} \right\}; \\ x_{\text{ПВЗ}i_{\text{ПВЗ}}} &= \left\{ x_{\text{ПВЗ}i_{\text{ПВЗ}}}^{(j)} \mid j = \overline{1, n_{\text{ПВЗ}i_{\text{ПВЗ}}}} \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

де j – порядковий номер компонента вектора часткових рішень i_r -ї військової частини (підрозділу) угруповань НВЗ та ПВЗ.

Вектор загальних рішень для угруповань НВЗ та ПВЗ визначається формулами:

$$\begin{aligned} \bar{X}_{\text{НВЗ}} &= \left\{ X_{\text{НВЗ}i_{\text{НВЗ}}} \mid i_{\text{НВЗ}} = \overline{1, \rho_{\text{НВЗ}}} \right\}; \\ \bar{X}_{\text{ПВЗ}} &= \left\{ X_{\text{ПВЗ}i_{\text{ПВЗ}}} \mid i_{\text{ПВЗ}} = \overline{1, \rho_{\text{ПВЗ}}} \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

де $\bar{X}_{\text{НВЗ}}, \bar{X}_{\text{ПВЗ}}$ – вектор загальних рішень угруповань НВЗ, ПВЗ;
 $X_{\text{НВЗ}i_{\text{НВЗ}}}, X_{\text{ПВЗ}i_{\text{ПВЗ}}}$ – $i_{\text{НВЗ,ПВЗ}}$ компонента вектора загальних рішень;
 $i_{\text{НВЗ,ПВЗ}}$ – порядковий номер компоненти вектора загальних рішень;
 $\rho_{\text{НВЗ,ПВЗ}}$ – загальна кількість компонентів вектора загальних рішень.

Завдання i_r -ї військової частини (підрозділу) r -го угруповання визначається наступною вектор-функцією:

$$\bar{f}_{r_i}(\bar{x}_{r_i}, \bar{X}_r) = \left\{ f_{r_i, k_r}(\bar{x}_{r_i}, \bar{X}_r) \mid k_r = \overline{1, L_{r_i}} \right\}, \quad (7)$$

аргументами якої є вектор часткових стратегій та вектор загальних рішень угруповання.

Для i_1 -ї військової частини (підрозділу) угруповання НВЗ ($r=1$) маємо:

$$\bar{f}_{1i_1}(\bar{x}_{1i_1}, \bar{X}_1) = \left\{ f_{1i_1, k_1}(\bar{x}_{1i_1}, \bar{X}_1) \mid k_1 = \overline{1, L_{1i_1}} \right\}$$

Аналогічно, для i_2 -ї військової частини (підрозділу) угруповання ПВЗ ($r=2$):

$$\bar{f}_{2i_2}(\bar{x}_{2i_2}, \bar{X}_2) = \left\{ f_{2i_2, k_2}(\bar{x}_{2i_2}, \bar{X}_2) \mid k_2 = \overline{1, L_{2i_2}} \right\}$$

Кожне угруповання формує **загальну вектор-функцію завдань взаємодії** військових частин (підрозділів) як партнерів [5,6]. Для r -го угруповання вектор-функція завдань взаємодії військових частин (підрозділів) записується у вигляді:

$$\bar{F}_r = \left\{ F_{r\gamma_r}(\bar{\varphi}_r, \bar{f}_r) \mid \gamma_r = \overline{1, \Gamma_r} \right\}, \quad (8)$$

де $F_{r\gamma_r}$ – γ_r -я компонента вектор-функції завдань взаємодіючих військових частин r -го угруповання;

Γ_r – загальна кількість компонентів вектор-функції \bar{F}_r ;

$\bar{\varphi}_r$ – вектор-функція загальних завдань r -го угруповання;

\bar{f}_r – вектор-функція часткових завдань військових частин (підрозділів) r -го угруповання, визначається співвідношенням (4).

Для угруповання НВЗ та ПВЗ ($r=1;2$) вектор-функцію завдань взаємодії військових частин (підрозділів) відповідно з (8) можливо визначити в наступній формі:

$$\begin{aligned} \bar{F}_1 &= \left\{ F_{1\gamma_1}(\bar{\varphi}_1, \bar{f}_1) \mid \gamma_1 = \overline{1, \Gamma_1} \right\}, \\ \bar{F}_2 &= \left\{ F_{2\gamma_2}(\bar{\varphi}_2, \bar{f}_2) \mid \gamma_2 = \overline{1, \Gamma_2} \right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

Вектор-функція загальної мети кожного угруповання залежить як від загальних рішень угруповань, так і від часткових рішень усіх військових частин (підрозділів) угруповання [7,8]. Для r -го угруповання вона розраховується:

$$\bar{\varphi}_r(\bar{x}_r, \bar{X}_r) = \left\{ \varphi_{r s_r}(\bar{x}_r, \bar{X}_r) \mid s_r = \overline{1, s_{0r}} \right\}, \quad (10)$$

де \bar{x}_r – вектор часткових рішень усіх військових частин (підрозділів) r -го угруповання, який визначається:

$$\bar{x}_r = \left\{ \bar{x}_{r_i} \mid i_r = \overline{1, m_r} \right\}. \quad (11)$$

Для угруповань НВЗ та ПВЗ ($r=1;2$) вектор-функції загальних завдань визначаються у вигляді:

$$\begin{aligned} \bar{\varphi}_1(\bar{x}_1, \bar{X}_1) &= \left\{ \varphi_{1s_1}(\bar{x}_1, \bar{X}_1) \mid s_1 = \overline{1, s_{01}} \right\}; \\ \bar{\varphi}_2(\bar{x}_2, \bar{X}_2) &= \left\{ \varphi_{2s_2}(\bar{x}_2, \bar{X}_2) \mid s_2 = \overline{1, s_{02}} \right\}. \end{aligned}$$

де \bar{x}_1, \bar{x}_2 – вектор часткових рішень для усіх військових частин (підрозділів) для угруповань НВЗ та ПВЗ відповідно;

\bar{X}_1, \bar{X}_2 – вектори загальних рішень угруповань НВЗ та ПВЗ відповідно.

Вектор-функції загальної мети угруповання ППО формуються за аналогією з співвідношенням (10) і мають вигляд:

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}_{X_1}^0 &= \left\{ \Phi_{s_{X_1}}^0(\bar{X}, \bar{E}) \mid s_{X_1} = \overline{1, s_{0X_1}} \right\}, \\ \bar{\Phi}_{X_1}^\alpha &= \left\{ \Phi_{s_{X_1}}^\alpha(\bar{X}, \bar{E}, \bar{A}) \mid s_{X_1} = \overline{1, s_{0X_1}} \right\}. \end{aligned}$$

Тут вектор \bar{X} твизначає всі власні рішення учасників угруповання ППО:

$$\bar{X} = \left\{ \bar{X}_{X_{jk}} \mid k = \overline{1, p_{2j}}, j = \overline{1, p_1} \right\}, \quad (12)$$

де $\bar{X}_{X_{ijk}}$ – вектор власних рішень k -ї військової частини (підрозділу) X_{ijk} -го угруповання.

$\tilde{\eta}_{1L_1}, \tilde{\eta}_{2L_2}$ – імовірність появи L_1 та L_2 прогнозованих ситуацій відповідно з множин S_{01} та S_{02} .

Вектор $\bar{\Xi}$ є вектором спільних рішень угруповання ППО і описується у вигляді:

$$\bar{\Xi} = \{\bar{\Xi}_{l_0} | l_0 = \overline{1, N_0}\}, \quad (13)$$

де $\bar{\Xi}_{l_0}$ – l_0 -я компонента спільних рішень угруповання ППО, узгоджено прийнята всіма учасниками.

Вектор \bar{A} визначає вплив факторів невизначеності ситуацій на діяльність угруповання ППО і формується у вигляді: [8,9]

$$\bar{A} = \{\bar{\alpha}_{X_{ijk}} | k = \overline{1, p_2}, j = \overline{1, p_1}\}, \quad (14)$$

де $\bar{\alpha}_{X_{ijk}}$ – характеризує кількісний вплив k -го фактора невизначеності ситуації на діяльність X_{ijk} угруповання.

Для **формалізації факторів ризику** будемо вважати, що природа ризику обумовлена дією наступних груп факторів:

- 1) факторами ризику непрогнозованих ситуацій при протидії угруповань;
- 2) факторами форс-мажорного ризику;
- 3) факторами інформаційного ризику, обумовленого неточністю, неповнотою і недостовірністю вихідної інформації про наміри і завдання протидіючої сторони.

Перша група факторів ризику: з урахуванням певного порогу імовірності появи найбільш характерної ситуації і виключення з розгляду всіх інших, імовірна поява яких нижче встановленого рівня порога, множини можна представити у вигляді:

$$S_{01} = \left\{ S_{1L_1} \Rightarrow \left\langle \eta_{1L_1}, \bar{\alpha}_{1L_1} \right\rangle \left| \begin{array}{l} \eta_{1L_1} \geq \eta_{01}, \\ L_1 = \overline{1, L_{01}} \end{array} \right. \right\}, \quad (15)$$

$$S_{02} = \left\{ S_{2L_2} \Rightarrow \left\langle \eta_{2L_2}, \bar{\alpha}_{2L_2} \right\rangle \left| \begin{array}{l} \eta_{2L_2} \geq \eta_{02}, \\ L_2 = \overline{1, L_{02}} \end{array} \right. \right\}.$$

де η_{01}, η_{02} – порогові значення ймовірностей, що задаються відповідно угрупованнями 1 і 2:

$$\eta_{1ps} = 1 - \prod_{L_1=1}^{L_{1ps}} (1 - \tilde{\eta}_{1L_1}), \quad (16)$$

$$\eta_{2ps} = 1 - \prod_{L_2=1}^{L_{2ps}} (1 - \tilde{\eta}_{2L_2}),$$

де L_{1ps}, L_{2ps} – число прогнозованих ситуацій відповідно в S_{01} і S_{02} ;

У цьому випадку імовірність η_{1ns} та η_{2ns} непрогнозованих ситуацій з S_{01} та S_{02} визначаються співвідношенням:

$$\eta_{1ns} = 1 - \eta_{1ps}, \quad (17)$$

$$\eta_{2ns} = 1 - \eta_{2ps}.$$

Друга група факторів ризику: ступінь ризику факторів непереборної сили характеризується ймовірністю появи цих подій, яку позначимо η_{fm} .

Третя група факторів ризику: обумовлена неповнотою, неточністю, недостовірністю інформації про завдання та дії угруповання противника. Даний вид ризику обумовлений також недостатністю інформованості кожної протиборчої сторони про завдання та дії іншого угруповання.

Якісна відмінність визначається різницею структури вектор-функцій $\bar{F}_2(\bar{x}_{02}, \tilde{x}_{01})$ та $\tilde{F}_2^{(1)}(\bar{x}_{01}, \tilde{x}_{02})$, а саме розходженням виду та кількості компонентів цих функцій, а також виду та кількості компонентів $\bar{\phi}_2$ та $\tilde{\phi}_2, \tilde{f}_2$ та \tilde{f}_2 . Тобто в умові $n'_{2i_2} \neq n_{2i_2}, \rho'_2 \neq \rho_2$.

Кількісно відмінність можна виразити в розходженні чисельних значень зазначених функцій

$$\left\{ \bar{x}_{2i_2}, i_2 = \overline{1, n_{2i_2}} \right\}, \left\{ \tilde{x}_{2i_2}, i_2 = \overline{1, n_{2i_2}} \right\};$$

$$\left\{ \bar{X}_{2i_2}, i_2 = \overline{1, \rho_{2i_2}} \right\}, \left\{ \tilde{X}_{2i_2}, i_2 = \overline{1, \rho_{2i_2}} \right\}.$$

Звідси виникає ряд практично важливих задач:

- як оцінити в даних умовах ступінь відмінності вектор-функцій $\bar{F}_2(\bar{x}_{02}, \tilde{x}_{01})$ та $\tilde{F}_2^{(1)}(\bar{x}_{01}, \tilde{x}_{02})$;

- яким чином кількісно виразити ступінь ризику як міру впливу неповноти, неточності, невизначеності інформації про завдання та дії протиборчої сторони, коли зазначений дефіцит інформації виражається в настільки багатогранній відмінності $\bar{F}_2(\bar{x}_{02}, \tilde{x}_{01})$ та $\tilde{F}_2^{(1)}(\bar{x}_{01}, \tilde{x}_{02})$;

- як визначити зміни ступеня ризику при уточненні якихось даних про завдання та дії протиборчої сторони, тобто, підвищенні рівня інформованості.

Імовірність здійснення небажаної події, пов'язаної з впливом факторів хоча б однієї з перерахованих груп в силу незалежності подій різних груп, визначається відношенням:

$$\eta_{1\Sigma} = 1 - (1 - \eta_{1ns})(1 - \eta_{1fm})(1 - \eta_{1in}) \quad (18)$$

де $\eta_{1ns}, \eta_{1fm}, \eta_{1in}$ – ступінь ризику для угруповання 1 відповідно непрогнозованих ситуацій протидії, форс-мажорних подій і інформаційної невизначеності.

Імовірність здійснення небажаної події, яка пов'язана з одночасною дією факторів всіх груп ризику, в силу незалежності подій різних груп, визначається для угруповання 1 співвідношенням:

$$\eta_{1I} = \eta_{1ns} \cdot \eta_{1fm} \cdot \eta_{1in} \quad (19)$$

Співвідношення (18) і (19) для угруповання 2 мають аналогічний вигляд.

У загальному випадку кількість груп факторів ризику для r -ого угруповання може бути одне – N_f . У цьому випадку співвідношення (18) і (19) перетворюються до виду:

$$\eta_{1\Sigma} = 1 - \prod_{k_1=1}^{N_f} (1 - \eta_{k_1}); \quad (20)$$

$$\eta_{1II} = \prod_{k_1=1}^{N_f} \eta_{k_1}. \quad (21)$$

Для формалізації ризиків в моделі взаємодії слід врахувати прямий, та непрямий збитки, заподіяні цими ризиками.

Прямий збиток – безпосереднє зменшення рівня досягнення мети, **непрямий збиток** – погіршення умов функціонування, які призводять до зменшення значень цільових функцій по відношенню до їх значень в штатних ситуаціях.

Рівень прямого збитку будемо визначати в вигляді

$$J_{12\eta_1}(\bar{x}_{01}, \bar{x}_{02}, \bar{\alpha}_1, \bar{\eta}_1) = \frac{\bar{\Phi}_{12\eta_1}(\bar{x}_{01}, \bar{x}_{02}, \bar{\alpha}_1, \bar{\eta}_1) - \bar{\Phi}_{12\eta_1}}{\bar{\Phi}_{12\eta_1}^+ - \bar{\Phi}_{12\eta_1}} \quad (22)$$

Тоді визначення рівня збитку для дії різних груп факторів ризику матиме вигляд

$$J_{12ns}(\bar{x}_{01}, \bar{x}_{02}, \bar{\alpha}_1, \bar{\eta}_{ns}) = \frac{\bar{\Phi}_{12ns}(\bar{x}_{01}, \bar{x}_{02}, \bar{\alpha}_1, \bar{\eta}_{ns}) - \bar{\Phi}_{12ns}}{\bar{\Phi}_{12ns}^+ - \bar{\Phi}_{12ns}} \quad (23)$$

$$J_{12fm}(\bar{x}_{01}, \bar{x}_{02}, \bar{\alpha}_1, \bar{\eta}_{fm}) = \frac{\bar{\Phi}_{12fm}(\bar{x}_{01}, \bar{x}_{02}, \bar{\alpha}_1, \bar{\eta}_{fm}) - \bar{\Phi}_{12fm}}{\bar{\Phi}_{12fm}^+ - \bar{\Phi}_{12fm}} \quad (24)$$

$$J_{12in}(\bar{x}_{01}, \bar{x}_{02}, \bar{\alpha}_1, \bar{\eta}_{in}) = \frac{\bar{\Phi}_{12in}(\bar{x}_{01}, \bar{x}_{02}, \bar{\alpha}_1, \bar{\eta}_{in}) - \bar{\Phi}_{12in}}{\bar{\Phi}_{12in}^+ - \bar{\Phi}_{12in}} \quad (25)$$

Внаслідок незалежності впливу факторів різних груп ризику, **підсумкову оцінку ризику** можна отримати, базуючись на різних підходах:

$$\bar{F}_{\Sigma 12}(\bar{x}_{01}, \bar{x}_{02}, \bar{\alpha}_1, \eta_{\Sigma}) = \bar{I}'_{12}(\bar{x}_{01}, \bar{x}_{02}) \cdot \prod_{k=1}^{N'_f} (1 - \eta_k) - \sum_{k=1}^{N'_f} (\eta_k \cdot \bar{J}_{12k}(\bar{x}_{01}, \bar{x}_{02}, \bar{\alpha}_1, \eta_k)), \quad (30)$$

де \bar{x}_{0r} – вектор узагальненого рішення r -го угруповання, який

- враховуючи вплив факторів кожної групи ризику роздільно;
- враховуючи вплив факторів хоча б однієї групи;
- враховуючи спільний вплив факторів всіх груп ризику.

Найбільш доцільно оцінювати вплив факторів незалежно, а підсумковий рівень ризику у разі спільного впливу факторів декількох груп ризику, внаслідок незалежності впливу факторів різних груп, знаходити підсумовуванням можливого збитку.

Оскільки ступінь ризику від впливу факторів різних груп різна, то узагальнений рівень ризику від впливу факторів кожної групи будемо враховувати в наступній формі.

Узагальнений рівень ризику від впливу факторів кожної групи матиме вигляд

$$\bar{U}_{1ns} = \bar{f}_{1ns}(\eta_{ns}) \cdot \bar{J}_{12ns}; \quad (26)$$

$$\bar{U}_{1fm} = \bar{f}_{1fm}(\eta_{fm}) \cdot \bar{J}_{12fm}; \quad (27)$$

$$\bar{U}_{1in} = \bar{f}_{1in}(\eta_{in}) \cdot \bar{J}_{12in}. \quad (28)$$

де $\bar{U}_{1ns}, \bar{U}_{1fm}, \bar{U}_{1in}$ – рівень ризику для угруповання 1;

$\bar{J}_{12ns}, \bar{J}_{12fm}, \bar{J}_{12in}$ – величини збитку (23)-(25);

$\bar{f}_{1ns}(\eta_{ns}), \bar{f}_{1fm}(\eta_{fm}), \bar{f}_{1in}(\eta_{in})$ – вектор-функції, які враховують вид залежностей рівня збитку від ступеня ризику відповідно факторів непрогнозованих ситуацій, форс-мажорних подій, інформаційної невизначеності.

Для визначення цільових функцій угруповань з урахуванням факторів ризику У найпростішому випадку будемо вважати, що:

$$\begin{aligned} \bar{f}_{1ns}(\eta_{ns}) &= \eta_{ns}; \\ \bar{f}_{1fm}(\eta_{fm}) &= \eta_{fm}; \\ \bar{f}_{1in}(\eta_{in}) &= \eta_{in}. \end{aligned} \quad (29)$$

При одночасному впливі факторів N'_f груп факторів ризику вектор-функція завдань угруповання НВЗ ($r=1$) в умовах невизначеності ситуації буде мати загальний вигляд:

	визначається як кортеж $\bar{x}_{0r} = (\bar{x}_r, \bar{X}_r)$, що складається з послідовно розміщених компонентів векторів \bar{x}_r та \bar{X}_r ;	неповнотою і недостовірністю інформації про дії іншого угруповання;	
\tilde{x}_{02}	– наближені значення вектора узагальнених рішень угруповання ПВЗ у формі наближеної інтерпретації угруповання НВЗ;	η_k	– імовірність виникнення небажаної ситуації, викликаної впливом k -ї групи факторів ризику;
$\bar{\alpha}_1 = \begin{bmatrix} \alpha_{11}, \dots, \\ \alpha_{1k_1}, \dots, \\ \alpha_{1k_0} \end{bmatrix}$	– фактори природних, кліматичних та інших невизначеностей ситуацій, що впливають на дії угруповання НВЗ;	$\bar{I}'_{12}(\bar{x}_{01}, \tilde{x}_{02})$	– інтервальна оцінка ступеню досягнення інтересів угруповання НВЗ в угрупованні ППО, ($\bar{I}'_{12} \rightarrow \max$);
η_Σ	– сумарна імовірність виникнення небажаної ситуації, викликаної впливом факторів непрогнозованих ситуацій, форс-мажору, а також ризику, пов'язаного з	$\bar{J}_{12k}(\bar{x}_{01}, \tilde{x}_{02}, \bar{\alpha}_1, \eta_k)$	– величина рівня прямого збитку від впливу факторів k -групи ризику.

В силу однотипності підходів до побудови цільових функцій для угруповань НВЗ та ВА, можна одержати аналогічне співвідношення, для угруповання ПВЗ ($r=2$)

$$\bar{F}_{\Sigma 21}(\bar{x}_{02}, \tilde{x}_{01}, \bar{\alpha}_2, \eta_\Sigma) = \hat{f}_2(\eta_\Sigma) \cdot \bar{I}'_{12}(\bar{x}_{02}, \tilde{x}_{01}) - \sum_{k=1}^{N_f \Sigma} \bar{f}_{2k}(\eta_k) \cdot \bar{J}_{21k}(\bar{x}_{02}, \tilde{x}_{01}, \bar{\alpha}_2, \eta_k) \rightarrow \max \quad (31)$$

Таким чином, отримані цільові вектор-функції угруповано НВЗ та ПВЗ з урахуванням факторів ризику та ситуації взаємної протидії необхідно максимізувати для підвищення ефективності бойових дій угруповання ППО при спільних діях НВЗ та ВА. Отже:

$$\begin{aligned} \bar{F}_{\Sigma 12}(\bar{x}_{01}, \tilde{x}_{02}, \bar{\alpha}_1, \eta_\Sigma) &\rightarrow \max; \\ \bar{F}_{\Sigma 21}(\bar{x}_{02}, \tilde{x}_{01}, \bar{\alpha}_2, \eta_\Sigma) &\rightarrow \max. \end{aligned} \quad (32)$$

Дана умова може бути досягнута різними засобами (на прикладі угруповання НВЗ ($r=1$)):

1) оптимізацією власних рішень для учасників угруповання $\bar{x}_1 = \{\bar{x}_{1i} | i_1 = \bar{1}, \bar{m}_1\}$, загальних рішень угруповання виду: $\bar{X}_1 = \{\bar{X}_{1i} | l_1 = \bar{1}, \bar{\rho}_1\}$ з використанням умови:

$$\bar{x}_{01}^0 = \text{Arg } \max \bar{I}'_{12}(\bar{x}_{01}); \quad (33)$$

2) мінімізацією ступеня ризику $\eta \{ \eta_k | k = \bar{1}, \bar{N}_k \}$ на основі підвищення рівня інформованості про фактори ризику:

$$\bar{\eta}_k^0 = \text{Arg } \min_{\eta_k} \bar{J}_{12k}; \quad (34)$$

3) системним узгодженням і максимізацією власної вектор-функції завдань \bar{I}'_{12} і мінімізацією рівня ризику \bar{J}_{12k} за рахунок оптимізації множини рішень угруповання і узгоджених рішень його учасників при певному заданому ступені ризику;

4) одночасною узгодженою максимізацією \bar{I}'_{12} і мінімізацією \bar{J}_{12k} за рахунок реалізації двох умов: по-перше, оптимізації колективних рішень угруповання, по-друге, підвищення рівня

інформованості кожного учасника угруповання про фактори ризику.

Обговорення

Для подальшої формалізації взаємодії з використанням запропонованої поділі необхідно визначитися із доцільними показниками, які можуть бути використані для формалізації цільових функцій як складових угруповання, так і угруповань і системи ППО в цілому. Також потребують уточнення показники для різних груп факторів ризику.

Висновки

Запропонована математична модель взаємодії НВЗ з ПВЗ в угрупованні ППО може бути покладена в основу математичного апарату моделювання бойових дій угруповань військ (сил), що мають в своєму складі угруповання протиповітряної оборони. Для цього в запропонованій моделі:

- враховано значну кількість факторів, що можуть вплинути на взаємодію НВЗ з ПВЗ під час виконання завдань протиповітряної оборони;
- забезпечено можливість прогнозування кінцевого результату з урахуванням впливу прийнятих варіантів організації взаємодії на дії окремих складових угруповання (військових частин, вогневих підрозділів, вогневих одиниць), з метою вибору оптимального варіанту;
- визначено ступінь впливу своєчасності прийняття та виконання рішень на результат, що може бути досягнутий;
- оцінено ступінь впливу факторів ризику в умовах ситуаційної невизначеності на рівень досягнення мети угруповання (мети бойових дій).

В залежності від потрібної точності результатів, наявних обчислювальних потужностей систем

імітаційного моделювання, розглянута модель може враховувати більшу кількість факторів, або навпаки, може бути спрощена для отримання отримати більш грубого, але швидкого прогнозу результатів спільних дій НВЗ та ПВЗ під час виконання завдань ППО.

Запропонована модель, крім того, може враховувати тенденцію щодо ускладнення загальної, повітряної та перешкодової обстановки, збільшення числа факторів, що впливають на ефективність бойових дій, а також бути гнучкою та придатною до нарощення або коригування в залежності від результатів майбутніх досліджень.

Список використаних джерел

1. Микрюков В.Ю. Теория взаимодействия войск. Москва :Вузовская книга, 2002. 240 с.
2. Дидук Н.Н. Пространства неопределенности и изоморфизм. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2002. №4.
3. Чернов, В. Г. Основы теории нечетких множеств. Решение задач многокритериального выбора альтернатив: учеб. пособие. Владимир: Издательство Владимирского государственного университета. 2005. 100 с.
4. Неупокоев Ф.К. Противовоздушный бой. Москва :Воениздат. 1989. 172 с.

5. Полумієнко С.К., Горда С.Є. Корпоративна ресурсна модель збалансованого розвитку. *Математичне моделювання в економіці*, 2017. № 1-2. С. 62–73.

6. Смирнов А.В., Шереметов Л.Б. Модели формирования коалиций между кооперативными агентами: состояние и перспективы исследований. *Искусственный интеллект и принятие решений*, 2011. №1.С.36-48.

7. Степанов Л.В. Моделирование конкуренции в условиях рынка. Москва. 2009.

8. Ткаченко Д.Д. Моделирование сотрудничества конкурирующих фирм в разработке инноваций с учетом неопределенности и экстернатных факторов //Ciberleninka :веб-сайт. URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/modelirovanie-sotrudnichestva-konkuriruyuschih-firm-v-razrabotke-innovatsiy-s-uchetom-neopredelennosti-i-eksternalnyh-effektov/> (Дата звернення 29.09.2021).

9. Ткаченко Д.Д. Модели конкуренции и сотрудничества предприятий в разработке инноваций в условиях свободного входа и выхода в рынок инноваций и товарный рынок// Ciberleninka : веб-сайт. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/modeli-konkurentsii-i-sotrudnichestva-predpriyatij-v-razrabotke-innovatsiy-v-usloviyah-svobodnogo-vhoda-i-vyhoda-v-rynok-innovatsiy-i/> (Дата звернення 29.09.2021)